

Cálculo de tensiones en uniones soldadas de perfil asimétrico sometidas a flexión transversal.

Tesis en Opción del Grado Científico de Master
en Mecánica Aplicada Mención Diseño Mecánico.

Autora: Ing. Inga Maria Jackson.

Tutores: Dr. Rafael Goytisoló Espinosa.
Dr. Hernán Hernández Herrera.

Cienfuegos, Agosto 2009
"Año del 50 Aniversario de la Revolución"

Agradecimientos.

A todas las personas que en una forma u otra han sido instrumentos para que yo pueda terminar con éxitos mis estudios.

Agradecimientos especiales:

A Mi Dios quien me ayuda en todo tiempo y nunca me ha fallado, ni dejado.

Mis Tutores: Goytisolo y Hernan.

El Profesor Luis Castellanos

La Pastora Bicela Bustamente y su esposo Manuel.

La iglesia de Cuatro Caminos.

Mis Amigos: Ronald Bracy y Warren Osborne

Mi Familia.

Pensamiento.

El temor de Jehová es enseñanza de sabiduría; y a
la honra precede la humildad.

Proverbios 15:33

Dedicatoria.

Al Señor Ronald Bracy, Mi Padre y amigo, por su amor y apoyo.

<i>Temática</i>	<i>Página</i>
Capítulo 3: <i>Desarrollo de los métodos y expresiones de cálculo de las tensiones máximas en Uniones Soldadas Asimétricas sometidas a flexión transversal cuando el plano de carga no pasa por el centro de flexión.</i>	
➤ Epígrafe 3.1 – <i>Expresiones en la literatura para determinar las tensiones máximas en uniones soldadas con costura de filete asimétrica sometidas a flexión cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión.</i>	47-49
➤ Epígrafe 3.2 – <i>Nuevo Método y Nuevas expresiones para el cálculo de las Tensiones en una unión soldada de filete con Perfil en U sometida a flexión transversal en el cual el plano de carga no coincide con el centro de flexión.</i>	50-55
➤ Epígrafe 3.3 – <i>Expresiones para el cálculo de las Tensiones máximas en una unión soldada de filete con Perfil angular sometida a flexión transversal en el cual el plano de carga no coincide con el centro de flexión.</i>	56-61
➤ Epígrafe 3.4 – <i>Conclusiones del Capítulo.</i>	62
Conclusiones	63
Recomendaciones	64
Bibliografía	
Anexos	

<i>Temática</i>	<i>Página</i>
Índice	
Introducción	1-6
Capítulo 1: Estado actual de los métodos y expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas sometidas a flexión transversal y torsión	
➤ Epígrafe 1.1 – Tratamiento de cálculo de las tensiones en las uniones soldadas en la literatura especializada de Mecánica de Materiales.	7
➤ Epígrafe 1.2 – Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura especializada de Diseño de Elementos de Maquinas.	7-8
➤ Epígrafe 1.3 – Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura especializada de soldadura.	8-9
➤ Epígrafe 1.4 – Aplicación del Método de Elementos Finitos en las Investigaciones de las Uniones Soldadas	9-11
➤ Epígrafe 1.5 – Expresiones para el Cálculo de las tensiones en Uniones Soldadas propuestas por Faïres.	11
➤ Epígrafe 1.6 – Expresiones para el Cálculo de las tensiones en Uniones Soldadas propuestas por Shigley.	11-12
➤ Epígrafe 1.7 – Expresiones para el Cálculo de las tensiones en Uniones Soldadas propuestas por Hall.	12-13
➤ Epígrafe 1.8 – Expresiones para el Cálculo de las tensiones en Uniones Soldadas propuestas por Schimpke - Horn - Ruge.	13-16
➤ Epígrafe 1.9 – Conclusiones del Capítulo	16
Capítulo 2: Teoría de la Flexión transversal y torsión en perfiles de Paredes Delgadas	
➤ Epígrafe 2.1 – Tensiones tangenciales en la flexión transversal de perfiles de Paredes Delgadas. Centro de flexión.	17-27
➤ Epígrafe 2.2 – Determinación del centro de Flexión en el caso general de paredes delgadas asimétrico.	28-35
➤ Epígrafe 2.3 – Tensiones tangenciales en la torsión en barras de paredes delgadas	36-46
➤ Epígrafe 2.4 – Conclusiones del Capítulo	46

Introducción.

Shigley, uno de los más prestigiosos autores de Diseño de Elementos de Máquinas, el cual desde el año 1964 hasta la fecha ha publicado varios libros de texto ^[112-115], al abordar el Tema de las Uniones Soldadas expresa: “Una de las dificultades que afronta el ingeniero en el diseño al trabajar con uniones soldadas es que a esta materia no se le ha dedicado el mismo estudio riguroso que a otros procesos, materiales y elementos mecánicos. No se sabe por qué; pero quizás sea porque las características geométricas no se prestan a un fácil tratamiento matemático. Desde luego esto significa que se ha introducido un elemento adicional de incertidumbre, lo cual debe compensarse mediante el uso de factores de seguridad de mayor magnitud en el diseño”.

De este planteamiento de Shigley y como resultado de un profundo análisis de la bibliografía relacionada con el cálculo de las tensiones en las uniones soldadas se puede afirmar que las expresiones de cálculo de las tensiones en las uniones soldadas son susceptibles al perfeccionamiento. En los trabajos de Hernán^[54-58] se califica este tipo de Unión como la Cenicienta de los Elementos de Maquinas y se destaca como hasta ese momento, ningún autor había abordado, por ejemplo, el cálculo de las tensiones locales que aparecen en el vértice de la garganta en los extremos del cordón para el caso de las uniones a solape con costuras de filete longitudinal, puntos estos en los cuales los propios autores reconocen que las tensiones, dados los fenómenos de distribución no uniforme de las tensiones a lo largo de la longitud del cordón y de la concentración de tensiones en el espesor de la garganta, pueden llegar a ser hasta nueve veces o más las tensiones medias; sin embargo se emplea desde hace 100 años un método basado en el cálculo de las tensiones medias en la sección de la garganta, método este adecuado para cálculos de resistencia de los cordones en condiciones de cargas estáticas, pero absolutamente insuficiente para evaluar la resistencia en condiciones de cargas cíclicas.

Para realizar cálculos en condiciones de cargas cíclicas se necesitan los valores de las tensiones locales máximas y por supuesto el ciclo de variación de las mismas el cual depende de la variación de la carga aplicada desde $P_{mín}$ hasta $P_{máx}$.

Los métodos empleados para evaluar la resistencia en condiciones de cargas cíclicas en las costuras soldadas no se fundamentan tampoco en el cálculo de las tensiones máximas locales, sino que como regla utilizan coeficientes de reducción de las tensiones admisibles del material del cordón, que toman en cuenta la variabilidad de la carga aplicada desde $P_{mín}$ hasta $P_{máx}$, pero no utilizan el criterio de calcular el coeficiente de seguridad a la fatiga empleando las tensiones máximas y mínimas, ni los factores que se incorporan en los cálculos clásicos de fatiga, como son: el factor de concentración de tensiones, el factor de tamaño, el factor de estado de la superficie, etc.; que incorporan al cálculo de las tensiones

locales máximas y mínimas, calculadas por los métodos clásicos de la Mecánica de Materiales, el peligro que representan el efecto suplementario de la concentración de tensiones, y los posibles defectos del cordón en dichas zonas.

Las uniones soldadas a solape con costuras de filete longitudinal y transversal, por ejemplo, se calculan convencionalmente en la literatura consultada en base a las tensiones tangenciales medias en la sección de la garganta, la cual es la más débil para este tipo de cordón de soldadura. El empleo de este procedimiento de cálculo está motivado fundamentalmente por la simplificación que esto encierra, sin embargo queda claro en la literatura técnica especializada sobre el tema, que este convencionalismo es una simplificación del cálculo y que los valores de las tensiones calculadas por esta vía son varias veces más pequeñas que las existentes en los extremos del cordón, tal como se ha podido comprobar en las evaluaciones realizadas en los trabajos ^[57,67] mediante la Aplicación del Método de los Elementos Finitos. Algunos autores^[25,52,104,112,113,114,115] señalan que en las uniones soldadas con costuras de filete, no se consideran en los cálculos de las tensiones, aspectos que influyen en la magnitud local de las mismas para los puntos más críticos como son:

- La excentricidad de la carga aplicada con relación al cordón.
- La diferencia de tensiones en el cordón a lo largo de la longitud de la unión.
- La distribución no uniforme de las tensiones a través del espesor de la garganta a causa del fenómeno de concentración de tensiones.

La fundamentación de por qué no se consideran estos aspectos en los cálculos de las tensiones en uniones bajo cargas estáticas está absolutamente claro y se basa en que, para que se produzca la rotura del cordón de soldadura, la tensión tiene que alcanzar primero el valor correspondiente al límite de fluencia del material, lo que implica la aparición previa de grandes deformaciones plásticas, las cuales reducen la no uniformidad de la distribución de tensiones, no sólo a través de la longitud, sino también a través del espesor de su garganta y antes de la rotura las tensiones se uniformizan completamente, coincidiendo en este momento con el valor medio calculado. Los propios autores que plantean estas justificaciones dejan muy claro el hecho de que estas circunstancias tienen valor sólo para cargas estáticas ya que la rotura bajo cargas cíclicas o variables en el tiempo tiene lugar por la fatiga volumétrica, fenómeno que ocurre bajo tensiones que están muy por debajo del límite de fluencia, circunstancia esta en la cual no ocurren deformaciones plásticas por lo que los efectos de redistribución de las tensiones después de alcanzada la fluencia y la compensación del efecto de concentración de tensiones no están presentes.

Hay otro aspecto de gran importancia que tampoco había sido contemplado en las expresiones y métodos de cálculo de las uniones soldadas y es que los cordones de

soldadura empleados en las diferentes uniones tienen como regla una relación longitud a espesor del cordón $\frac{l}{s} > 10$. En estas condiciones los cordones de soldadura, cualquiera que sea su configuración geométrica, se comportan como Perfiles de Paredes Delgadas. Las evaluaciones realizadas en los trabajos^[57,58] permitieron comprobar que la consideración del cordón de soldadura como un Perfil de Paredes Delgadas permite obtener valores de las tensiones máximas locales que se corresponden mucho mejor con las obtenidas por el Método de los Elementos Finitos y más próximas a estos valores que las obtenidas como regla por el Método Clásico.

En el caso de las uniones con perfiles de configuración geométrica compleja sometidos a torsión y flexión, aunque los autores determinan las tensiones máximas, las expresiones brindadas por ellos en algunos casos presentan omisiones y contradicciones con la Teoría de la Mecánica de Materiales.

A todos estos argumentos hay que añadir que los cordones de soldadura son elementos muy sensibles a la aparición de defectos durante su ejecución, de aquí que el fenómeno de la concentración de tensiones en las costuras de filete no esté presente sólo a causa de sus características geométricas, sino a consecuencia también de estos defectos, la probabilidad de la falla por fatiga del cordón en presencia de cargas variables es muy elevada. Esta situación ha provocado que se generalice el criterio de que la soldadura es un método de unión muy deficiente para uniones que trabajan en condiciones de cargas cíclicas, sin detenerse a pensar que, por ejemplo, los árboles son elementos de máquinas con considerables cambios de forma en los que se producen elevados efectos de concentración de tensiones y en los cuales la variación cíclica de las tensiones se produce a una frecuencia de miles de ciclos por minuto, sin embargo los métodos de cálculo permiten apreciar con una adecuada exactitud los valores de las tensiones máximas locales por lo que pueden ser adecuadamente calculados y se puede impedir su falla por fatiga. Simplemente hay que concluir que las tensiones máximas locales en las uniones soldadas con costuras de filete, como regla, no están siendo correctamente calculadas y se hace necesario resolver esta insuficiencia. Es por esta razón que desde su surgimiento hace cuatro décadas y en el posterior desarrollo de una nueva Rama de la Mecánica de los Sólidos Deformables: La Mecánica de la Fractura, se le ha prestado especial atención en las aplicaciones de esta nueva tecnología a los cordones de soldadura.

La Mecánica de la Fractura ha planteado una nueva necesidad a la Mecánica de Materiales, la de pronosticar los plazos de desarrollo de los defectos que pudieran existir en los cordones de soldadura, lo que exige que para lograr esto con una exactitud aceptable desde

el punto de vista ingenieril, se requiere determinar las tensiones máximas locales que surgen en los cordones de soldadura con una exactitud superior.

Es importante aclarar que en el presente trabajo, al igual que en los precedentes mencionados, no se aspira a elaborar un método para evaluar la resistencia de las costuras soldadas, donde intervienen aspectos vinculados con las propiedades mecánicas del metal base, del metal de la soldadura y aspectos tecnológicos como son: el método de soldadura y las particularidades propias de su ejecución, aspectos estos que han sido mucho más estudiados y que constituyen investigaciones de otra índole. En el presente trabajo se plantea única y exclusivamente el desarrollo y perfeccionamiento de las expresiones de cálculo para determinar las tensiones locales máximas en las uniones soldadas de perfil asimétrico sometidas a flexión transversal.

Esta situación ha permitido identificar el siguiente **Problema Científico**: En la literatura que aborda el cálculo de las uniones soldadas no se reportan expresiones, ni procedimientos para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas asimétricas sometidas a flexión transversal en las cuales, dada su configuración, el plano de carga no coincide con el centro de flexión. Identificada esta problemática científica se ha planteado la siguiente **Hipótesis**: Es posible establecer, mediante la aplicación correcta de la Teoría de la Flexión y la Torsión en Perfiles de Paredes Delgadas, procedimientos generales y expresiones de cálculo más adecuadas para el cálculo de tensiones en uniones soldadas de perfil asimétrico sometidas a flexión transversal contemplando los efectos de cortante, flexión y de la torsión suplementaria.

A partir de este enunciado de Hipótesis se deriva como **Objeto de Estudio** del presente trabajo: El cálculo de las tensiones máximas en las uniones soldadas de perfil asimétrico sometidas a flexión transversal. Para darle cumplimiento a ello se plantean como **Objetivo General**: Desarrollar un procedimiento general y expresiones de cálculo específicos para algunas uniones soldadas a tope y de filete, con perfil asimétrico sometidas a flexión transversal. El cumplimiento de los objetivos generales se realiza mediante el desarrollo de los **Objetivos Específicos** identificados a continuación:

- Establecer aplicando la Teoría de la Flexión y la Torsión de Perfiles de Paredes Delgadas procedimientos generales de cálculo de las tensiones para el caso de las uniones soldadas de perfil asimétrico sometidas a flexión transversal con costuras a tope y con costuras de filete.
- Obtener expresiones específicas para el cálculo de las tensiones tangenciales resultante máximas en el caso de algunas uniones de configuración geométrica típicas con costuras de filete.

- Obtener expresiones específicas para el cálculo de las tensiones equivalentes máximas en el caso de algunas uniones de configuración geométricas típicas con costuras a tope.
- Comparar los resultados obtenidos por las expresiones de cálculo propuestas con los resultados obtenidos por las expresiones dadas por otros autores y con los obtenidos por el Método de los Elementos Finitos.

Para el cumplimiento de estos objetivos se realizaron las siguientes **Tareas de Investigación:**

- Profundizar en el estado del arte con relación a los métodos y expresiones propuestas para el cálculo de las tensiones en las uniones soldadas y los métodos de cálculo de los Perfiles de Paredes Delgadas.
- Aplicar la Teoría de la Flexión Transversal y la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas en la obtención de la expresión de cálculo que permita determinar las tensiones máximas en las uniones soldadas de perfil asimétrico sometidas a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el plano que pasa por el centro de flexión, para los casos de costuras a tope y de filete.
- Realizar un estudio comparativo de los resultados obtenidos por los métodos y expresiones propuestas, con los resultados obtenidos por los métodos y expresiones clásicas reflejadas en la literatura y con las obtenidas por el Método de los Elementos Finitos que sirvan como vía de comprobación de la validez de las expresiones propuestas.

Como resultados del trabajo realizado se consideran **Aportes Científicos:**

- Los procedimientos generales de cálculo de las tensiones para los casos de uniones soldadas de perfil asimétrico con costuras a tope y de filete.
- Las expresiones específicas obtenidas para las uniones soldadas analizadas.

Valor Práctico del Trabajo:

El valor práctico fundamental de la presente investigación es que en ella se obtienen expresiones de cálculo que permiten obtener los valores de las tensiones máximas que surgen en los puntos más críticos de los cordones de soldadura analizadas, más cercanos estos a los obtenidos por el Método de los Elementos Finitos, lo que da la posibilidad de realizar una evaluación más objetiva de la resistencia mecánica aplicando los Métodos Generales empleados en el Diseño de Elementos de Máquinas en particular bajo condiciones de carga cíclica, además se puede realizar un pronóstico mucho más certero de los plazos de desarrollo de los defectos y micro grietas existentes en estos cordones de soldadura aplicando los Métodos de la Mecánica de la Fractura.

Métodos de Investigación Empleados

Entre los Métodos Científicos empleados en la Investigación se pueden citar los siguientes:

Métodos Generales

Se utilizarán los métodos inductivo - deductivo e hipotético - deductivo durante el estudio de los métodos y expresiones de cálculo existentes en la literatura consultada, la posible aplicación de los métodos de evaluación de los Estados Tensionales y de Evaluación de la Resistencia de los Elementos de Máquinas, la posible aplicación de la Teoría General de los Perfiles de Paredes Delgadas y durante la identificación del Problema Científico, la Hipótesis, los Objetivos Generales y las Tareas Científicas del Trabajo.

Métodos Lógicos

Se utilizó el método analítico-sintético e inductivo-deductivo como métodos fundamentales de investigación durante la obtención de las nuevas expresiones de cálculo. Mediante el análisis y la inducción se evaluaron los diferentes efectos por separado, la síntesis y la deducción permitió integrar las partes analizadas en la obtención de nuevas expresiones que conducen al perfeccionamiento general del cálculo de las tensiones máximas locales en las uniones soldadas.

Métodos Matemáticos

Se empleó el Método Numérico de los Elementos Finitos a través de Software: Cosmos Design Star para validar las expresiones para el cálculo analítico de las tensiones en uniones soldadas con costuras de filete de configuración geométrica compleja asimétricas sometidas a flexión transversal.

Capítulo I. Estado actual de los métodos y expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas sometidas a flexión transversal y torsión.

1.1 Tratamiento del cálculo de las tensiones en las uniones soldadas en la literatura especializada de Mecánica de Materiales.

No todos los autores de Mecánica de Materiales abordan el Tema de las Costuras Soldadas, así por ejemplo, Beer ^[9], Feodosiev ^[34], Fitzgerald ^[37], Spiegel ^[118], Timoshenko^[120], abordan el Tema de Cortante Puro, sin hacer mención a este tipo de unión, se limitan exclusivamente a tratar las Uniones Remachadas dentro de este Tema.

Otros autores como Fogiel ^[38], Miroljubov ^[90], Mott ^[92], Pisarenko ^[103], Volmir^[122], se limitan a mencionar este tipo de unión y sólo, resuelven ejemplos muy elementales determinando tensiones en los casos más simples.

Algunos profundizan más en el cálculo de las tensiones en este tipo de uniones, entre estos se encuentran: Gilda Fernández ^[36] y Olsen ^[96], no obstante, se puede afirmar que en la literatura técnica de Mecánica de Materiales y Resistencia de Materiales se aporta muy poco acerca de los métodos y expresiones para el cálculo de las tensiones en las costuras soldadas.

Es necesario aclarar que el cálculo de las tensiones en costuras soldadas a tope, por los métodos descritos en la literatura, se realiza por expresiones que no difieren en lo absoluto de las estudiadas en esta literatura de Mecánica de Materiales y los autores consideran innecesario referirse a ellas.

1.2 Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura especializada de Diseño de Elementos de Máquinas.

Algo parecido ocurre con la literatura técnica de Elementos de Máquinas, no todos los autores tratan este tema con la misma profundidad. Por ejemplo: Birger ^[13] e Ivanov ^[66] lo tratan de forma elemental y enfocan solamente los casos más simples de cálculo de estas uniones. Otros como Dobrovolski ^[25], Iusilievich ^[65], Wilson ^[127] o de Estructuras Metálicas

como: Mukanov ^[94], profundizan un poco más y tratan incluso el cálculo a fatiga de estas uniones, pero no consideran los casos más complejos de carga. Algunos como Faires ^[31], Hall ^[52], Orlov ^[98], Reshetov ^[104], Schimpke ^[109,110] y Shigley ^[112-115] tratan este tema con la mayor complejidad, sin embargo existen en ellos una gran divergencia en los métodos y expresiones empleadas en los cálculos con algunos aspectos contradictorios en los cuales se profundizará en epígrafes posteriores.

1.3 Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura especializada de soldadura.

En este sentido se consultaron las principales revistas donde podían aparecer artículos que abordaran el cálculo de las tensiones en uniones soldadas a tope, dentro de estos se pueden citar: Welding Journal, Welding Research, Marine Technology, Welding Innovation, Transaction of American Society of Mechanical Engineers, Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Machine Design, Welding, Brazing and Soldering, Mechanical Engineering, Welding and Cutting, Canadian Journal of Civil Engineering, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Internacional Journal of Numerical Methods in Engineering, Internacional Journal of Fatigue, Engineering Fracture Mechanics, Welding Design and Fabrication y otras publicaciones correspondientes a Congresos de Soldadura, Manuales en general; las Revistas Cubanas Ingeniería Mecánica y Centro Azúcar en lo fundamental los números correspondientes a los últimos 10 años.

Se revisaron además normas de distintos países como son las Normas de Soldadura de la American Welding Society (AWS) ^[5] de Estados Unidos, las Normas Alemanas (DIN) ^[23,24], las Normas Españolas (ICS) ^[62-64], las Normas Europeas (EN) ^[27-29], Normas relacionadas de la ANSI/API^[1] y ANSI/AWS^[2] de Estados Unidos. Con relación a las Normas Técnicas consultadas hay que decir que en ellas se reflejan los mismos criterios y expresiones de cálculo a los cuales se hace referencia en la literatura de Elementos de Máquinas y Especializada consultadas y referenciadas en el presente trabajo.

En la literatura Especializada la inmensa mayoría de los autores ^[15,71] abordan los problemas relativos a la elevación de la resistencia de las uniones soldadas mediante el mejoramiento y control de los parámetros tecnológicos, su ejecución o los materiales de soldadura sin enfrentar el cálculo de las tensiones que aparecen en estas.

Otro grupo importante de autores destacan la importancia que tienen las tensiones residuales que están presentes en la casi totalidad de las uniones soldadas y la influencia que tienen estas en el agrietamiento y la destrucción de las mismas [28,40,41,42,43,54,64,65].

En la literatura consultada se enfrenta también la evaluación de la resistencia de las costuras soldadas aplicando los Métodos de la Mecánica de la Fractura [69,70] pero sin aportar nada nuevo al cálculo analítico de las tensiones.

Entre los libros y Manuales Especializados en soldadura consultados se encuentran los siguientes [46,51,52,53]; en ninguno de estos con excepción del Tratado General de Soldadura de Schimpke P, Horn H.A y Ruge. J^[109] se menciona la aplicación de la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas en el cálculo de las tensiones de las uniones soldadas a tope de configuración geométrica compleja sometidas a torsión.

1.4 Aplicación del Método de los Elementos Finitos en las Investigaciones de las Uniones Soldadas.

El Método de los Elementos Finitos constituye en si un Método Numérico para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales que modelan un problema específico. El mismo se ha convertido hoy en día en una potente arma para la investigación ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por los métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado costo tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El Método de los Elementos Finitos permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, mucho más fácil y económico que diseñar, construir, probar y modificar un prototipo. Sin embargo, por su esencia de ser un procedimiento matemático que discretiza funciones que en la realidad son continuas, constituye en sí un método aproximado de cálculo. El mismo es empleado en las más variadas ramas de la ciencia desde la medicina hasta la ingeniería, es utilizado tanto para determinar valores de fuerzas y tensiones en diferentes piezas de máquinas y estructuras como para modelar diferentes procesos de fabricación. Los ordenadores han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el Método de los Elementos Finitos, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los

ordenadores. Entre éstas, además de permitir la descentralización de los programas de Elementos Finitos, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados. Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación.

Los Fundamentos del Método de los Elementos Finitos aparecen analizados en detalle en las referencias [5,8,10,22,28,74]. Particularmente en el campo de la soldadura se utiliza para la investigación de los campos de temperatura y sus efectos [31,32,66]. El Método de los Elementos Finitos se emplea también para la evaluación de Tensiones Residuales en la Soldadura^[28]. Específicamente en el cálculo de tensiones en las uniones soldadas se emplean para validar los cálculos analíticos realizados. En este sentido se pueden señalar algunos trabajos importantes como son^[10,20,54,55,56,57]. Muchos investigadores trabajan en esta línea general y han estudiado cuidadosamente cuales son los modelos óptimos para las diferentes aplicaciones determinando de esta forma que tipos de elementos a utilizar, características de las solicitaciones a que estarán sometidas etc., ellos basan sus trabajos en las estimaciones de los errores donde proponen metodologías para los mismos, en sus artículos [8,11,25,30] todos coinciden que los resultados a obtener están en correspondencia con el modelo y el sistema real que se haya adoptado y con la calidad que se resuelva el mismo siendo una obligatoriedad la convergencia de los casos a analizar. La misma puede lograrse de tres maneras: se puede disminuir el tamaño de los elementos (afinamiento de la malla), se puede aumentar el grado del polinomio de interpolación, o se pueden hacer simultáneamente las dos cosas, además, se puede realizar localmente, es decir mejorando la discretización en aquellas zonas en las que se produce un mayor error. Los requisitos de convergencia se plantean sobre la base de la siguiente fundamentación: Si se analiza un problema utilizando cada vez una malla más fina de elementos, se generará una secuencia de soluciones aproximadas. Es importante que tal secuencia converja a la solución exacta, es decir, que el error entre la solución aproximada y la exacta tienda a cero cuando el número de elementos tienda a infinito (o su tamaño tienda a cero). Aunque en los problemas reales no puede obtenerse un valor exacto del error de discretización, se ha demostrado^[20] que existe una convergencia asintótica de la solución del problema en función a los parámetros de "número de grados de libertad", o el "tamaño de los elementos"

1.5 Expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas propuestas por Faires.^[31]

Las expresiones empleadas por Faires^[31] para el cálculo de las tensiones en el caso de uniones soldadas de configuración geométrica compleja se muestran en la Tabla que aparece en el Anexo A donde se incluyen tanto costuras de filete como a tope. Como se aprecia en la tabla todos los casos de cargas de flexión analizados por este autor se corresponden con casos donde el plano de carga pasa por el centro de flexión de la sección dada la condición de simetría de las secciones con relación al plano al plano de carga.

1.6 Expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas propuestas por Shigley.^[112-115]

Shigley da en sus textos expresiones para el cálculo de las tensiones máximas en perfiles de configuración geométrica compleja sometidas a flexión y torsión, las cuales se dan en las tablas de los Anexos B y C. Estas expresiones, como se puede apreciar en las Tablas, están propuestas por este autor sólo para uniones soldadas con costuras de filete.

Para el caso particular del análisis de cordones a filete sometido a torsión la tensión de cortante, según Shigley.^[112-115] se puede determinar por la expresión:

$$\tau_{Mt} = \frac{Mt \cdot r}{J} \quad (1.1)$$

Donde:

r – Distancia de punto analizado al centro de gravedad del cordón.

J – Momento polar de inercia de la sección de la garganta del cordón.

Es necesario señalar que el momento polar de inercia unitario (J_u) es el de una sección en la que el espesor del cateto de los cordones (c) es unitario, por lo que el momento polar real de la sección se obtiene teniendo en cuenta que el espesor de la garganta del cordón es $0,707c$.

$$J = 0,707 \cdot c \cdot J_u \quad (1.2)$$

En el Anexo F se muestra una tabla con las ecuaciones para determinar: el área de la sección, las coordenadas del centroide y el momento polar de inercia unitario J_u en algunas configuraciones típicas.

En el caso particular de los cordones sometidos a flexión la tensión se calcula por la expresión:

$$\tau_{Mf} = \frac{Mf \cdot y}{I} \quad (1.3)$$

Donde:

y - distancia del punto analizado al centroide de la sección.

I – Momento de inercia de la sección.

En el Anexo G se presentan las expresiones de los parámetros que caracterizan la resistencia a la flexión. Es importante señalar que igual a la torsión en la tabla se exponen valores del momento de inercia unitario (**Iu**), por lo que el momento real (**I**) se determina como: $I = 0,707 \cdot c \cdot Iu$

1.7 Expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas propuestas por Hall.^[50]

Hall al igual que los autores anteriores mencionadas propone expresiones para el cálculo de tensiones en perfiles de configuración geométrica compleja, cuyas propiedades, de acuerdo con el método propuesta por este autor se dan en el Anexo D. Estas expresiones son aplicables a uniones soldadas con costura de filete.

En la flexión y torsión Hall^[52] considera el contorno de la soldadura como una línea que no tiene sección transversal y calcula el parámetro geométrico correspondiente (módulo para la flexión y momento de inercia para la torsión) de dicha línea y lo multiplica entonces por el espesor (cateto del cordón), con un error despreciable.

Considerando flexión: $s = \frac{M}{Z}$ (1.4)

Donde:

M = momento de flexión.

Z = módulo de la sección.

s = esfuerzo.

El producto de (Zw)(w) representa el módulo de la sección de la soldadura, donde **w** es la dimensión de la soldadura. Así

$$s = \frac{M}{(Z_w)(w)} \quad (1.5)$$

Para la torsión la expresión dada por Hall^[52] es:

$$s = \frac{M \cdot \rho}{(J_w)(w)} \quad (1.6)$$

Donde:

M = momento de torsión.

ρ = Distancia del centroide de la unión al punto donde se calcula la tensión.

J_w = momento polar de inercia de la sección.

Es importante señalar que la dimensión de la soldadura en la garganta esta determinado por t' .

$$t' = \frac{w}{\sin \theta + \cos \theta} \quad (1.7)$$

$$\text{Para soldaduras a filete a } 45^\circ \quad t' = 0,707 w \quad (1.8)$$

1.8 Expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas propuestas por Schimpke – Horn – Ruge^[109]

Estos autores proponen para:

- **Cálculo a tracción, compresión y a cortante directo.**

$$\left. \begin{matrix} \sigma_{sol} \\ \tau_{sol} \end{matrix} \right\} = \frac{P}{\sum (a \cdot l)} \leq \left\{ \begin{matrix} \sigma_{sol adm} \\ \tau_{sol adm} \end{matrix} \right. \quad \tau_{adm} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{adm} \quad (1.9)$$

- **Cálculo a flexión.**

En una unión soldada solicitada por un momento flector M, la tensión normal en la costura soldada a la distancia c de la línea neutra es

$$\sigma_{sol} = \frac{M}{I} \cdot c \leq \sigma_{sol adm} \quad (1.10)$$

Y en la fibras extremas

$$\sigma_{sol} = \frac{M}{W} \leq \sigma_{sol adm} \quad (1.11)$$

Aquí se ha de poner para I el momento de inercia y para W el momento resistente de la sección de la costura soldada.

- **Cálculo de empalmes resistentes a la flexión.**

En las uniones que se han de calcular a flexión y cortante, se ha de efectuar la comprobación de la tensión principal, esto es, las tensiones normales y de cortante se componen en una tensión total, llamada de comparación.

$$\sigma_h = \frac{1}{2} \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{\max M}{W_{sol}} + \sqrt{\left(\frac{\max M}{W_{sol}} \right)^2 + 4 \left(\frac{A}{\sum (a.l)} \right)^2} \right] \leq \sigma_{sol adm} \quad (1.12)$$

$$\sigma_h = \frac{1}{2} \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{M}{W_{sol}} + \sqrt{\left(\frac{M}{W_{sol}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\max A}{\sum (a.l)} \right)^2} \right] \leq \sigma_{sol adm} \quad (1.13)$$

En la primera fórmula, A es la fuerza de cortante subordinada al mayor momento de flexión M máx; en la segunda fórmula, M es el momento subordinado a la mayor fuerza de cortante A máx. En las uniones soldadas con costuras acanaladas, que además de ser calculadas para un momento flector m , también lo han de ser para una fuerza longitudinal N , se ha de mantener la condición:

$$\sigma_{sol} = \frac{\max M}{W_{sol}} + \frac{N}{\sum (a.l)} \leq \sigma_{sol adm} \quad (1.14)$$

Además se ha de cumplir la condición:

$$\tau_{sol} = \frac{\max A}{\sum (a.l)} \leq \tau_{sol adm} \quad (1.15)$$

W_{sold} es el momento resistente de la superficie, que aparece rebatiendo las costuras de la unión en el plano de la misma. La expresión $\sum (a.l)$ sólo comprende las costuras que transmiten preferentemente tensiones de cortante, de modo que en los perfiles son las costuras de alma.

- **Cálculo de las secciones solicitadas a torsión.**

Mediante el momento de torsión M_t se producen en la sección tensiones de cortante, cuya ley de distribución es más complicada que la de las tensiones normales debidas al momento flector. La máxima tensión de cortante debida a la torsión es

$$\tau_{t \text{ máx}} = \frac{M_t}{W_t} \quad (1.16)$$

En superficies circulares y anulares crece la tensión de torsión linealmente con la distancia al centro de gravedad. El valor máximo se produce en el borde.

En secciones rectangulares, la tensión de cortante máxima se halla en el centro de los lados largos. Para $h < 3b$ se distribuye la tensión de torsión en los lados largos aproximadamente en forma parabólica hasta los vértices, en donde su valor es nulo. Para $h > 3b$ permanece aproximadamente constante en una longitud de $h - 3b$, en el centro de los lados largos y después disminuye hasta el valor de cero. En el centro de los lados cortos es $\tau_t = \eta \cdot \tau_{t \text{ máx}}$ disminuyendo en forma parabólica hasta el valor de cero en los vértices.

Con secciones de perfiles compuestas de rectángulos de longitudes $l_1, l_2, l_3 \dots$ y anchos $b_1, b_2, b_3 \dots$ (p. ej., secciones I, U y L), se reparten las tensiones de un modo semejante al caso de las secciones rectangulares. En secciones cerradas, de paredes delgadas de cuerpos huecos de forma cualquiera, se puede hallar la tensión de cortadura resultante con ayuda de la ley de Bredt.

$$\tau_{t \text{ máx}} = \frac{M_t}{2 \cdot F_U \cdot s_{\min}} \quad (1.17)$$

Aquí s_{\min} es el espesor de pared más delgada y F_U la superficie encerrada por la pared.

Tabla 1.1 Parámetros geométricos de las secciones según Schimpke – Horn – Ruge^[109,110].

Sección	Momento de inercia J_t	Momento resistente W_t
Anillo circular	$\frac{\pi}{32} \cdot (d_a^4 - d_i^4)$	$\frac{\pi}{16} \cdot \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}$
Círculo	$\frac{\pi}{32} \cdot d^4$	$\frac{\pi}{16} \cdot d^3$
Rectángulo	$\eta_3 \cdot b^3 \cdot h$	$\eta_2 \cdot b^2 \cdot h$
Secciones de perfil compuesto.	$\frac{1}{3} (b^3 l_1 + b^3 l_2 + \dots)$	$\frac{J_t}{b_{\max}}$
Secciones huecas cerradas... (U = línea periférica media)	$\frac{4 F_U^2 \cdot s}{U}$	$2 F_U \cdot s$

En la Tabla 1.1 se han reunido los momentos de inercia y de resistencia, para la torsión.

Para las secciones rectangulares se aplican los siguientes coeficientes:

Tabla 1.2 Coeficientes para las secciones rectangulares.

h/b	1	1.5	2	3	4	6	8	10	∞
n_1	1.000	0.858	0.796	0.753	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743
n_2	0.208	0.231	0.246	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
n_3	0.140	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

1.9 Conclusiones del Capítulo.

1. El estudio bibliográfico sobre el cálculo de las tensiones tangenciales en el caso de las costuras de filete confirman que: ninguno de los autores consultados toma en cuenta, en el cálculo de las tensiones, la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas, introduciendo errores en las expresiones de cálculo. Sólo en el Tratado General de Soldadura de los autores Schimpke, Horn y Ruge^[109] si toman en cuenta en las expresiones propuestas estas particularidades, sin profundizar en las expresiones para el cálculo en los casos de configuración geométrica compleja.
2. El Método de los Elementos Finitos contempla todos los factores realmente presentes en las uniones a solape con costuras de filete como son: excentricidad de la carga, distribución no uniforme de las tensiones a lo largo de la unión y concentración de tensiones en el cordón por lo que puede ser empleado para validar expresiones de cálculo si se elige adecuadamente el modelo a emplear.
3. La aplicación de la Teoría de la Torsión de Perfiles de Paredes Delgadas al cálculo de las tensiones en el caso de las costuras soldadas de filete sometidas a la torsión arroja valores del orden de diez veces o más, con relación a las calculadas por los métodos tradicionales expuestos en la literatura científica consultada, lo que se corresponde mejor con la Teoría de la Mecánica de Materiales y el Método de los Elementos Finitos.
4. Ninguno de los autores consultados, aborda el cálculo de las uniones de perfil asimétrico sometidos a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión.

Capítulo II. Teoría de la Flexión Transversal y Torsión en Perfiles de Paredes Delgadas.

2.1 Flexión Transversal en Perfiles de Paredes Delgadas.

2.1.1 Tensiones tangenciales en la flexión transversal de perfiles de paredes delgadas.

Centro de flexión.

En la flexión transversal de una barra de paredes delgadas, en sus secciones transversales siguen prevaleciendo las tensiones normales σ que fundamentalmente son las que determinan la resistencia de la barra. Sin embargo a diferencia de las barras de sección maciza, para este nuevo caso adquieren mucha mayor importancia la magnitud de las tensiones tangenciales τ .

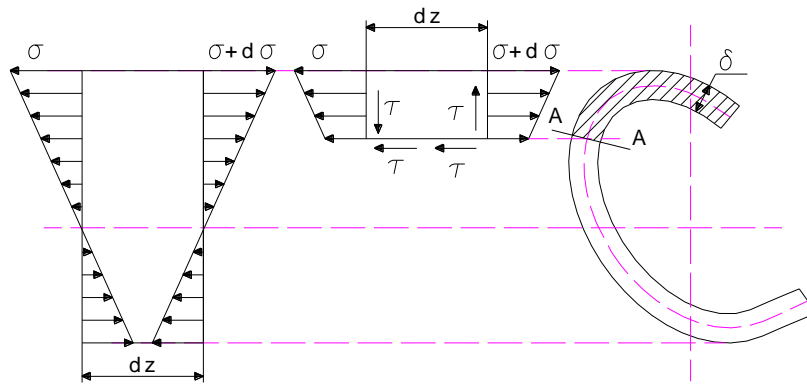


Fig. 2.1 Sección de paredes delgadas a flexión transversal.

Las tensiones tangenciales en las secciones transversales de las barras de paredes delgadas se obtienen aplicando el mismo razonamiento que en las barras macizas. La diferencia entre las fuerzas provocadas por las tensiones normales $\sigma + \Delta\sigma$ y σ se equilibra con la fuerza longitudinal originada por las tensiones por las tensiones tangenciales τ que actúan en las secciones longitudinales. A diferencia de la barra de sección maciza, en este caso el corte longitudinal se realiza el plano A -A normal a la línea media del contorno de la sección (Fig. 2.1) y no por un plano paralelo al plano neutro.

La fórmula de Zhurarskii es válida en este caso, solo que en lugar de b , debe figurar δ , el espesor de la sección en el lugar donde se está calculando la tensión tangencial.

Se obtiene que:

$$\tau = \frac{Q \cdot S'_x}{\delta \cdot I_x} \quad (2.1)$$

Donde:

Q – Fuerza de cortante en la sección perpendicular al eje x centroidal principal de inercia.

S'_x – Momento estático de la parte rayada de la sección con relación al eje x .

I_x – Momento de inercia de toda la sección con relación al eje x .

δ - Espesor de la pared en la sección A-A donde se está calculando la tensión tangencial.

Las tensiones tangenciales τ en la flexión transversal se consideran uniformemente distribuidas a través del espesor δ de la sección y las mismas se orientan en la dirección tangente al contorno, (Fig. 2.2).

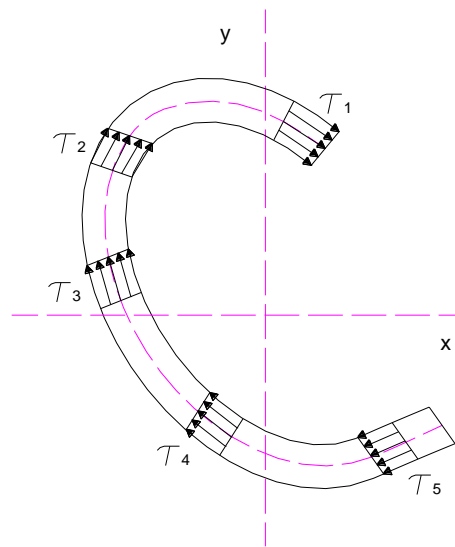


Fig. 2.2 Distribución de las tensiones tangenciales a través del perímetro en un perfil de paredes delgadas a flexión transversal.

En el caso de que la dirección de la fuerza de cortante Q no coincida con ninguno de los dos ejes centroidales principales de inercia, la tensión tangencial se halla por la expresión siguiente:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S'_x}{\delta \cdot I_x} + \frac{Q_x \cdot S'_y}{\delta \cdot I_y} \quad (2.2)$$

Donde Q_x y Q_y son las componentes de la fuerza de cortante en la dirección de los ejes principales x e y respectivamente.

Se verá a continuación como determinar las tensiones tangenciales en dos casos particulares de flexión de perfiles de paredes delgadas.

En el caso 1 se obtendrá la ley de distribución de las tensiones tangenciales en el perfil U mostrado en la Figura 2. 3, cuando se somete a flexión transversal en el plano vertical, para un valor de $Q_y = Q$.

La fórmula de Zhurarskii en este caso se expresa como:

$$\tau = \frac{Q \cdot S'_x}{\delta \cdot I_x}$$

El momento de inercia de toda la sección con relación al eje x es:

$$I_x = \frac{1}{12} \delta \cdot h^3 + 2 \cdot b \cdot \delta_1 \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{h^2}{12} \cdot (\delta \cdot h + 6 \cdot \delta_1 \cdot b) \quad (2.3)$$

Se despreció el momento de inercia de las alas con relación a su propio eje centroidal.

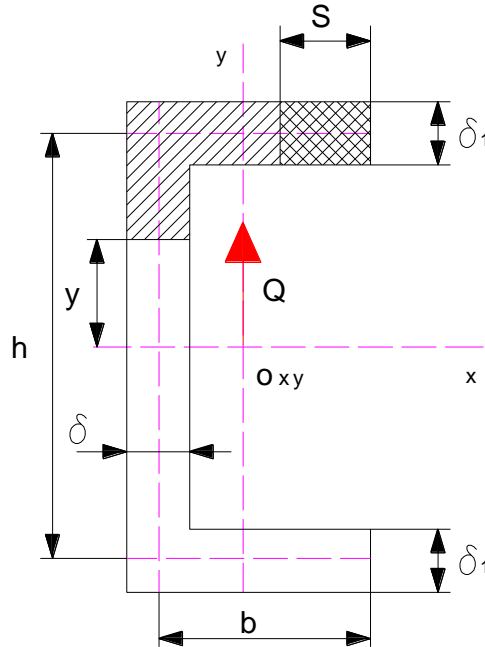


Fig.2.3 Momento estático del área separada.

El momento estático S'_x del tramo de ala de longitud S será:

$$S'_x = \int_A y \cdot dA = \bar{y} \cdot A = \frac{h}{2} \cdot \delta_1 \cdot S \quad (2.4)$$

Sustituyendo I_x , S'_x y δ_1 en la expresión de Zhurarskii se obtiene que para una sección en el ala:

$$\tau = \frac{Q \cdot S'_x}{\delta \cdot I_x} = \frac{Q \cdot \frac{h}{2} \cdot \delta_1 \cdot S}{\delta_1 \cdot \frac{h^2}{12} \cdot (\delta \cdot h + 6 \cdot \delta_1 \cdot b)} = \frac{6 \cdot Q \cdot S}{h \cdot (\delta \cdot h + 6 \cdot \delta_1 \cdot b)} \quad (2.5)$$

Para una sección en el alma a una distancia y del eje neutro, se tiene:

$$S'_x = \frac{h}{2} \cdot \delta_1 \cdot b + \delta \cdot \left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot \frac{\left(\frac{h}{2} + y \right)}{2} = \frac{h}{2} \cdot \delta_1 \cdot b + \frac{\delta}{2} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

$$S'_x = \frac{1}{2} \cdot \left(h \cdot \delta_1 \cdot b + \frac{\delta \cdot h^2}{4} - \delta \cdot y^2 \right) \quad (2.6)$$

Sustituyendo en la expresión de Zhurarskii:

$$\tau = \frac{Q \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(h \cdot \delta_1 \cdot b + \frac{\delta \cdot h^2}{4} - \delta \cdot y^2 \right)}{\delta \cdot \frac{h^2}{12} \cdot (\delta \cdot h + 6 \cdot \delta_1 \cdot b)} = \frac{6 \cdot Q \cdot \left(h \cdot \delta_1 \cdot b + \frac{\delta \cdot h^2}{4} - \delta \cdot y^2 \right)}{\delta \cdot h^2 \cdot (\delta \cdot h + 6 \cdot \delta_1 \cdot b)} \quad (2.7)$$

La tensión tangencial máxima evidentemente se produce cuando $y=0$. O sea:

$$\tau = \frac{6 \cdot Q \cdot \left(h \cdot \delta_1 \cdot b + \frac{\delta \cdot h^2}{4} \right)}{\delta \cdot h^2 \cdot (\delta \cdot h + 6 \cdot \delta_1 \cdot b)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{h \cdot \delta} \cdot \frac{(\delta \cdot h + 4 \cdot \delta_1 \cdot b)}{(\delta \cdot h + 6 \cdot \delta_1 \cdot b)} \quad (2.8)$$

La distribución de las tensiones tangenciales a través del contorno de la sección se muestra en la Figura 2.4.

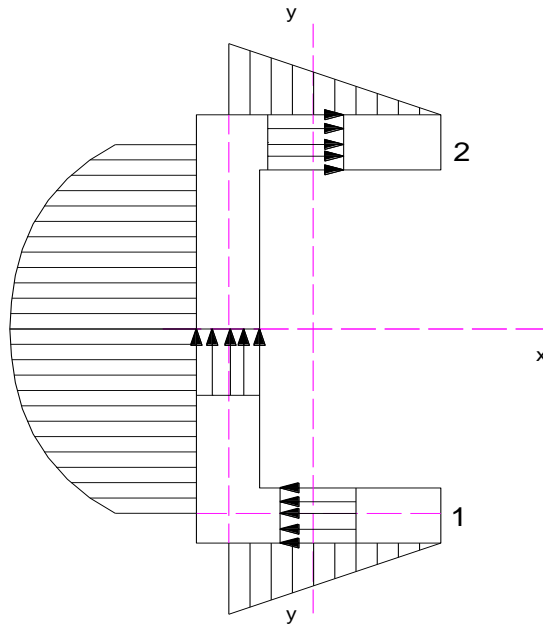


Fig. 2.4 Distribución y magnitud de las tensiones tangenciales en un perfil U.

Como se observa el signo de τ no varía en todo el contorno. Si la fuerza Q sobre la sección es hacia arriba la tensión tangencial se orienta del borde 1 al borde 2 y en el caso contrario del 2 al 1.

En el caso 2 se obtendrá la ley de distribución de las tensiones tangenciales para una sección anular de paredes delgadas de perfil abierto de radio R y espesor δ como la mostrada en la Figura 2.5, cuando se somete a flexión transversal en el plano vertical para un valor de $Q_y = Q$.

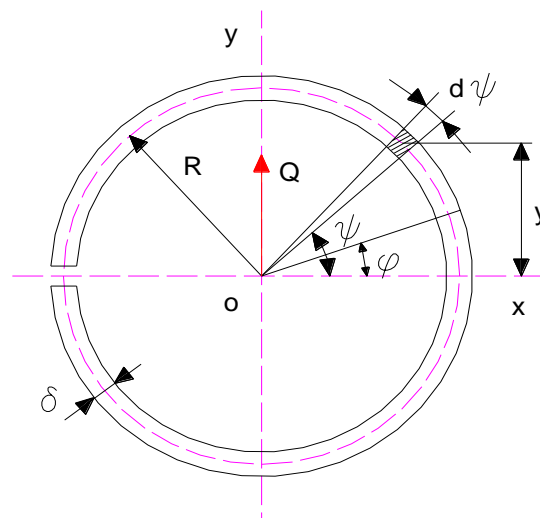


Fig. 2.5 Perfil anular abierto de paredes delgadas a flexión transversal.

El momento de inercia de la sección con relación al eje x es:

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA$$

Donde: $y = R \cdot \sen \psi$ y $dA = \delta \cdot R \cdot d\psi$ (2.9)

$$I_x = 2 \int_0^\pi (R \cdot \sen \psi)^2 \cdot \delta \cdot R \cdot d\psi = 2 \cdot R^3 \cdot \delta \cdot \int_0^\pi \sen^2 \psi \cdot d\psi = 2 \cdot R^3 \cdot \delta \cdot \left(\frac{\psi}{2} - \frac{\sen(2\psi)}{4} \right) \Bigg|_0^\pi$$

$$I_x = \pi \cdot R^3 \cdot \delta \quad (2.10)$$

El momento estático S'_x del área que está más allá de la sección φ será:

$$S'_x = \int_A y \cdot dA$$

$$S'_x = \int_\varphi^\pi (R \cdot \sen \psi) \cdot \delta \cdot R \cdot d\psi = R^2 \cdot \delta \cdot \int_\varphi^\pi \sen \psi \cdot d\psi = -R^2 \cdot \delta \cdot \cos \psi \Big|_\varphi^\pi$$

$$S'_x = R^2 \cdot \delta \cdot (1 + \cos \varphi) \quad (2.11)$$

Finalmente, sustituyendo en la expresión de Zhurarskii:

$$\tau = \frac{Q \cdot S'_x}{\delta \cdot I_x} = \frac{Q \cdot R^2 \cdot \delta \cdot (1 + \cos \varphi)}{\delta \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \delta} = \frac{Q}{\pi \cdot R \cdot \delta} \cdot (1 + \cos \varphi) \quad (2.12)$$

Evaluando esta expresión para diferentes valores de φ se obtiene la distribución de τ a través del contorno, (Fig. 2.6).

Para $\varphi = 0$, $\cos 0 = 1$ y $\tau = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot R \cdot \delta}$

Para $\varphi = \pi/2$, $\cos \pi/2 = 0$ y $\tau = \frac{Q}{\pi \cdot R \cdot \delta}$

Para $\varphi = \pi$, $\cos \pi = -1$ y $\tau = 0$

Para obtener τ_{\max} :

$$\frac{d\tau}{d\varphi} = -\frac{Q}{\pi \cdot R \cdot \delta} \cdot \text{sen } \varphi = 0, \quad \varphi = 0 \text{ y } \tau_{\max} = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot R \cdot \delta} \quad (2.13)$$

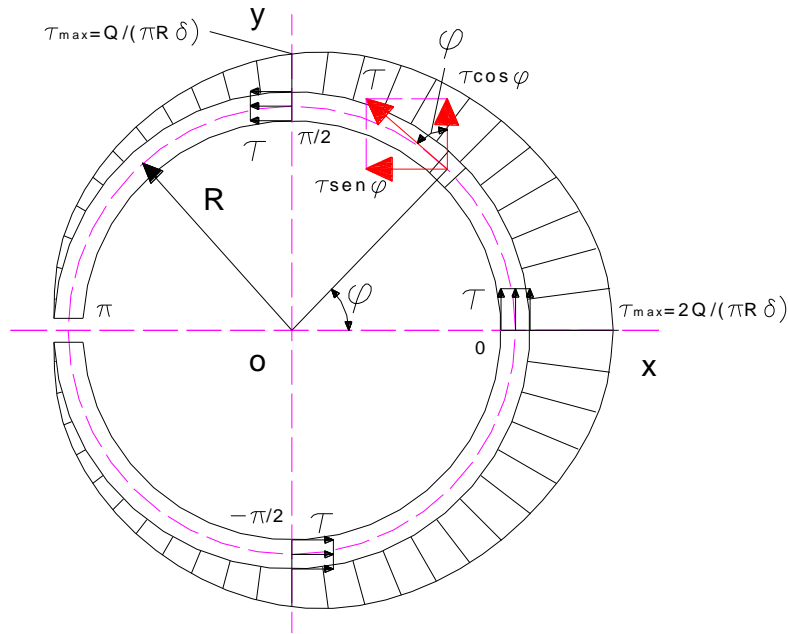


Fig. 2.6 Distribución y magnitud de las tensiones tangenciales en un perfil anular abierto.

Es interesante observar que se obtiene si se integran las componentes vertical y horizontal de τ , a lo largo de todo el contorno.

$$\begin{aligned} Q_y &= \int_A \tau \cdot \cos \varphi \cdot dA = 2 \cdot \int_0^\pi \left(\frac{Q}{\pi \cdot R \cdot \delta} \cdot (1 + \cos \varphi) \right) \cdot \cos \varphi \cdot \delta \cdot R \cdot d\varphi \\ &= \frac{2 \cdot Q}{\pi} \cdot \left[\int_0^\pi \cos \varphi \cdot d\varphi + \int_0^\pi \cos^2 \varphi \cdot d\varphi \right] = \frac{2 \cdot Q}{\pi} \cdot \left[\text{sen } \varphi + \frac{\varphi}{2} + \frac{\text{sen}(2\varphi)}{4} \right]_0^\pi = Q \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} Q_x &= \int_A \tau \cdot \text{sen } \varphi \cdot dA = 2 \cdot \int_0^\pi \left(\frac{Q}{\pi \cdot R \cdot \delta} \cdot (1 + \cos \varphi) \right) \cdot \text{sen } \varphi \cdot \delta \cdot R \cdot d\varphi \\ &= \frac{2 \cdot Q}{\pi} \cdot \left[\int_0^\pi \text{sen } \varphi \cdot d\varphi + \int_0^\pi \text{sen } \varphi \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \right] = \frac{2 \cdot Q}{\pi} \cdot \left[-\cos \varphi + \frac{1}{2} \cdot \text{sen}^2 \varphi \right]_0^\pi = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Existe equilibrio de fuerzas. Sin embargo, si se halla la integral del momento de la fuerza τdA con relación al centroide O, se tiene:

$$\begin{aligned}
 M_O &= \int_A \tau \cdot R \cdot dA = 2 \cdot \int_0^\pi \frac{Q}{\pi \cdot R \cdot \delta} \cdot (1 + \cos \varphi) \cdot \delta \cdot R^2 \cdot d\varphi \\
 &= \frac{2 \cdot Q \cdot R}{\pi} \cdot \left[\int_0^\pi d\varphi + \int_0^\pi \cos \varphi \cdot d\varphi \right] = \frac{2 \cdot Q \cdot R}{\pi} \cdot \varphi \Big|_0^\pi = 2 \cdot Q \cdot R
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

No existe equilibrio de momentos. Se concluye que en la flexión transversal de un perfil de paredes delgadas asimétrico no solo aparecerán en las barras deformaciones propias de la flexión transversal, sino además de la torsión.

Existe un punto respecto al cual, el momento de las fuerzas tangenciales en la sección, en la flexión transversal, es igual a cero. De la mecánica teórica se conoce que un sistema de fuerzas compuesto por una fuerza y un par en un punto dado, puede ser reducido a una fuerza única en otro punto. Así en el caso analizado el sistema de fuerzas $Q_y = Q$, aplicado en O y el par $2QR$, puede ser reducido a una fuerza única $Q_y = Q$, aplicada en C (Fig. 2.7). Este punto se denomina Centro de Flexión y se puede interpretar como el punto en el cual sería necesario aplicar la carga externa para que la barra no sufra torsión durante la flexión transversal. Así, en el caso analizado, el sistema de fuerzas Q y M_O , puede ser reducido a una fuerza única Q aplicada en C, (Fig. 2.7 b).

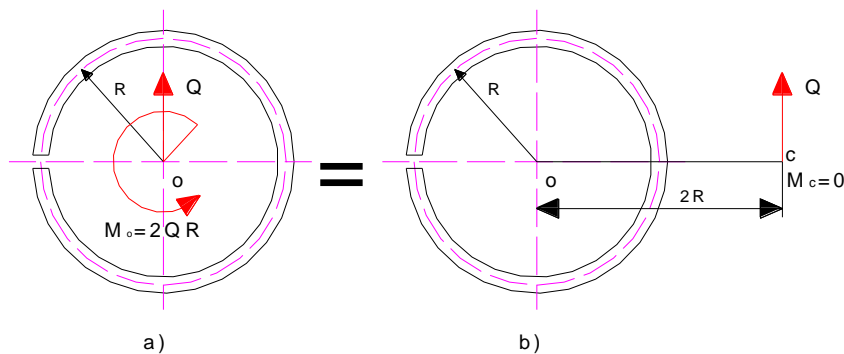


Fig.2.7 Posición del centro de flexión en un perfil anular abierto.

O sea, en el caso del perfil anular abierto el centro de flexión se encuentra a la distancia $2R$ del centro del círculo, (Fig. 2.7).

En el caso del perfil U se obtiene (para $\delta_1 = \delta$).

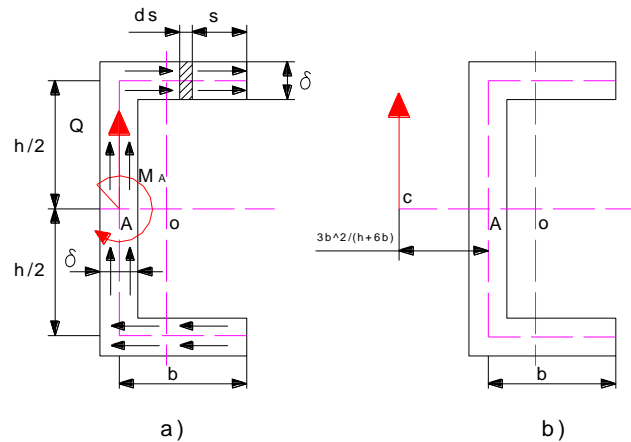


Fig. 2.8 Posición del centro de flexión en un perfil en U.

Si se halla el momento de las tensiones tangenciales con relación a punto A, (Fig. 2.8 a), situado en la línea media del alma, se obtiene que este será igual a la suma de los momentos de las fuerzas tangenciales sobre las alas. O sea, teniendo en cuenta (2.5):

$$M_A = 2 \cdot \int_0^b \tau \cdot \delta \cdot \frac{h}{2} \cdot ds = h \cdot \int_0^b \frac{6 \cdot Q \cdot s \cdot ds \cdot \delta}{h \cdot \delta \cdot (h + 6 \cdot b)} = Q \cdot \frac{3 \cdot b^2}{h + 6 \cdot b} \quad (2.17)$$

De donde se deduce que el centro de flexión se encuentra a la distancia $\frac{3 \cdot b^2}{h + 6 \cdot b}$ de la línea media del alma, (Fig. 2.8 b).

En algunos de los casos más simples resulta posible determinar la posición del centro de flexión sin necesidad de recurrir a cálculos de ninguna índole. Así, por ejemplo, en el caso de los perfiles T y angular, (Fig. 2.9 a y b), el centro de flexión se encuentra en el punto de intersección de las líneas medias del ala y del alma. El momento de las fuerzas tangenciales respecto a este punto es siempre igual a cero. En el caso de los perfiles simétricos como el perfil doble T, el centro de flexión coincide con el centroide de la sección, (Fig. 2.9 c).

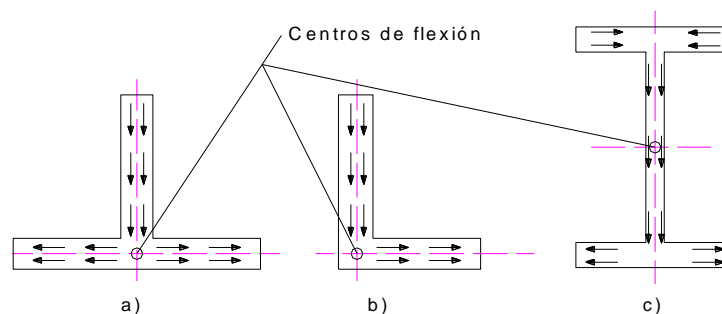


Fig. 2.9 Posición del centro de flexión para tres perfiles.

2.2 Determinación del centro de flexión en el caso general del perfil de paredes delgadas asimétrico.

Consideremos el perfil de paredes delgadas asimétrico mostrado en la Figura 2.10, cuyo centroide se encuentra en O y los ejes centroidales principales de inercia son x e y.

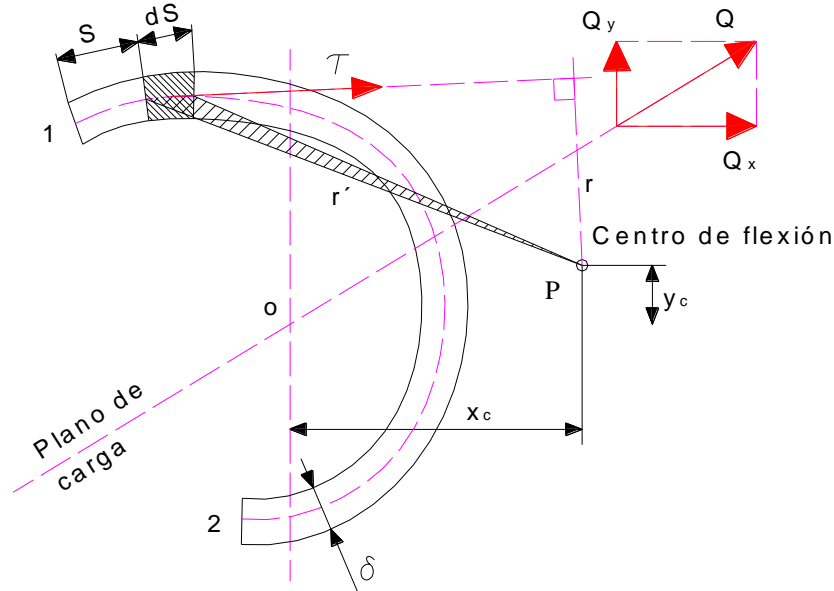


Fig. 2.10 Caso general de perfil de paredes delgadas.

Consideremos que el plano de carga no coincide con ninguno de los dos ejes centroidales principales de inercia. Siempre será posible descomponer la fuerza interna de cortante Q en sus dos componentes orientadas según los ejes centroidales principales de inercia Q_x y Q_y . En este caso las tensiones tangenciales τ que surgen en la sección, que están orientadas en la dirección tangente al contorno, se pueden determinar por la expresión:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S'_x}{\delta \cdot I_x} + \frac{Q_x \cdot S'_y}{\delta \cdot I_y} \quad (2.18)$$

El centro de flexión P, es el punto en el cual si aplicamos la carga externa de flexión, el momento torsor de la carga con relación al centroide de la sección compensa el momento de torsión de las tensiones tangenciales de la sección y la misma no sufrirá entonces torsión. De aquí que si hallamos el momento de torsión de las tensiones tangenciales de la sección con relación al centro de flexión P, este momento tiene que ser cero (la carga externa, si está aplicada en el centro de flexión, no tiene momento respecto a ese punto).

Supongamos que el centro de flexión se halla en la posición P, cuyas coordenadas con relación al centroide son x_c e y_c respectivamente.

Halleemos el momento de las tensiones tangenciales de la sección con relación al punto P.

$$M_P = \int_A \tau \cdot \delta \cdot r \cdot ds \quad (2.19)$$

Siendo r el brazo del momento de la fuerza diferencial $dQ = \tau \cdot \delta \cdot ds$ y que será perpendicular a la tangente de la línea media del contorno en cada punto.

Detengámonos para analizar el significado del producto rds . Este producto se puede interpretar como el área del rectángulo que tiene como lados r y ds y que será igual al doble del área del triángulo limitado por el arco ds y los radios vectores r' trazados desde los extremos del arco ds hasta el punto P.

Designemos por $d\omega = r \cdot ds$. Obsérvese que el área del triángulo mencionado será

$$\frac{1}{2} \cdot r \cdot ds = \frac{1}{2} \cdot d\omega. \text{ La integral:}$$

$$\omega = \int_S r \cdot ds = \int_{\omega} d\omega \quad (2.20)$$

Se denomina área sectorial y es igual al doble del área barrida por el radio vector r' al moverse desde el punto 1 al punto 2 del contorno. El producto $r \cdot ds$, es igual al diferencial del área sectorial.

La ecuación 2.19 puede escribirse entonces de la siguiente manera:

$$M_P = \int_A \tau \cdot \delta \cdot d\omega \quad (2.21)$$

Sustituyendo τ de la ecuación 2.18 en 2.21 y multiplicando y dividiendo por dA , se tiene que:

$$M_P = \frac{Q_y}{I_x} \cdot \int_A S'_x \cdot \frac{d\omega}{dA} \cdot dA + \frac{Q_x}{I_y} \cdot \int_A S'_y \cdot \frac{d\omega}{dA} \cdot dA \quad (2.22)$$

Resolviendo estas integrales por partes. Veamos la primera de las dos

$$\text{integrales } \int_A S'_x \cdot \frac{d\omega}{dA} \cdot dA.$$

Como se conoce, la integración por partes se realiza de la siguiente forma:

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

Para este caso $u = S'_x$, $dv = d\omega$ y $du = dS'_x$ y $v = \omega$. Sustituyendo:

$$\int_A S'_x \cdot \frac{d\omega}{dA} \cdot dA = S'_x \cdot \omega \Big|_A - \int_A \omega \cdot \frac{dS'_x}{dA} \cdot dA \quad (2.23)$$

Resulta claro que $S'_x \cdot \omega \Big|_A = 0$, debido a que el momento estático de toda la sección con respecto al eje centroidal x vale cero.

Como $S'_x = \int_A y \cdot dA$, se tiene que: $dS'_x = y \cdot dA$, por lo tanto, $\frac{dS'_x}{dA} = y$.

Sustituyendo estos resultados en (2.23) se obtiene que:

$$\int_A S'_x \cdot \frac{d\omega}{dA} \cdot dA = - \int_A y \cdot \omega \cdot dA \quad (2.25)$$

De forma análoga se resuelve la segunda integral, entonces:

$$M_P = - \frac{Q_y}{I_x} \cdot \int_A y \cdot \omega \cdot dA - \frac{Q_x}{I_y} \cdot \int_A x \cdot \omega \cdot dA \quad (2.26)$$

Cuando el punto P coincide con el centro de flexión $M_P=0$, independientemente de las magnitudes de Q_x y Q_y esto es posible solamente si:

$$S_{\omega_x} = \int_A y \cdot \omega \cdot dA = 0 \quad y \quad S_{\omega_y} = \int_A x \cdot \omega \cdot dA = 0 \quad (2.27)$$

Las expresiones S_{ω_x} y S_{ω_y} se conocen como momentos sectoriales lineales del área sectorial ω . Estas magnitudes se anulan con relación a los ejes principales de inercia x e y y al polo que coincide con el centro de flexión.

El problema radica que la posición del centro de flexión no es conocida y el área sectorial ω hay que hallarla con relación al polo que coincide con el centro de flexión (Figura 2.11).

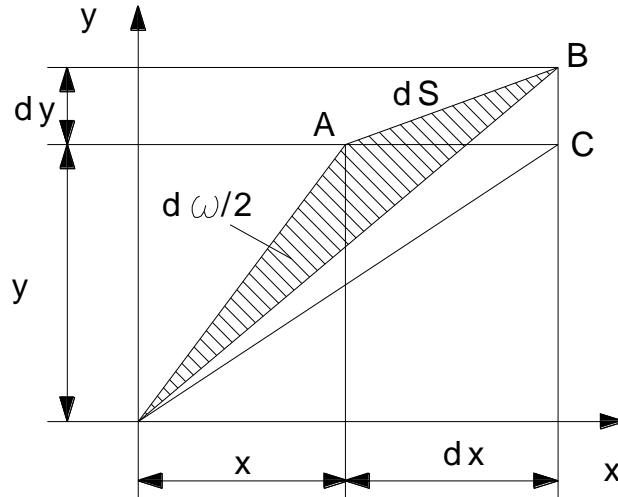


Fig. 1.11 Área sectorial.

Prescindiendo de los diferenciales de orden superior, el área rayada, que es igual a la mitad del área sectorial elemental $d\omega$, será igual a la diferencia de las áreas de los triángulos PAC y PBC, es decir:

$$\frac{d\omega}{2} \cong PAC - PBC = \frac{1}{2} dx \cdot y - \frac{1}{2} dy \cdot (x + dx)$$

$$d\omega \cong y \cdot dx - x \cdot dy \quad (2.28)$$

Supongamos ahora que se determinó el área sectorial con relación a un polo P' y que se quiere hallar el área sectorial con respecto a otro polo P que coincida en este caso con el centro de flexión, cuyas coordenadas con relación al sistema original con x_c y y_c , (Fig. 2.12).

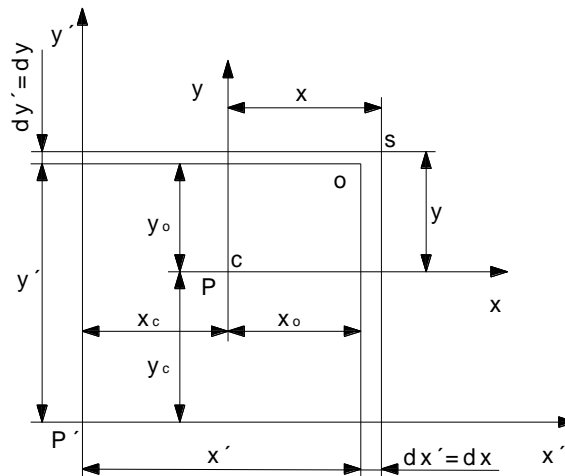


Fig. 2.12 Relación de las coordenadas del polo P y el polo P'.

El área sectorial con relación al origen del sistema de coordenadas (x, y) que coincide con el centro de flexión (polo P), será:

$$\omega = \int_0^s d\omega = \int_0^s (y \cdot dx - x \cdot dy) \quad (2.29)$$

$$\text{Pero: } y \cong y' - y_c \text{ y } x \cong x' - x_c \quad (2.30)$$

Sustituyendo en (2.29) se tiene que:

$$\omega = \int_0^s [(y' - y_c)dx - (x' - x_c)dy] = \int_0^s [(y'dx - x'dy) - y_c dx + x_c dy] \quad (2.31)$$

Pero:

$$\int_0^s (y' \cdot dx - x' \cdot dy) = \omega' \quad (2.32)$$

$$\int_0^s y_c dx = y_c \cdot (x - x_o) \quad (2.33)$$

$$\int_0^s x_c dy = x_c \cdot (y - y_o) \quad (2.34)$$

Sustituyendo (2.32), (2.33) y (2.34) en (2.31), se obtiene que:

$$\omega = \omega' - y_c \cdot (x - x_o) + x_c \cdot (y - y_o) \quad (2.35)$$

Finalmente se hallan las coordenadas del centro de flexión sustituyendo (2.35) en las expresiones (2.27), O sea:

$$\begin{aligned} \int_A y \cdot \omega \cdot dA &= \int_A y \cdot (\omega' - y_c \cdot (x - x_o) + x_c \cdot (y - y_o)) \cdot dA = \\ &= \int_A y \cdot \omega' \cdot dA - y_c \cdot \int_A x \cdot y \cdot dA + y_c \cdot x_o \cdot \int_A y \cdot dA + x_c \cdot \int_A y^2 \cdot dA - x_c \cdot y_o \cdot \int_A y \cdot dA = 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Pero como x e y son ejes centroidales principales de inercia:

$$\int_A x \cdot y \cdot dA = 0, \quad \int_A y \cdot dA = 0, \quad \int_A y^2 \cdot dA = I_x \quad (2.37)$$

Sustituyendo (2.37) en (2.36):

$$\int_A y \cdot \omega' dA + x_c \cdot \int_A y^2 \cdot dA = 0 \quad (2.38)$$

De donde:

$$x_c = - \frac{\int_A y \cdot \omega' dA}{\int_A y^2 \cdot dA} = - \frac{\int_A y \cdot \omega' dA}{I_x} \quad (2.39)$$

Análogamente:

$$y_c = \frac{\int_A x \cdot \omega' dA}{\int_A x^2 \cdot dA} = \frac{\int_A x \cdot \omega' dA}{I_y} \quad (2.40)$$

A continuación se muestra como determinar la posición del centro de flexión en el caso de un perfil rectangular de paredes delgadas abierto en el vértice inferior (Fig. 2.13 a).

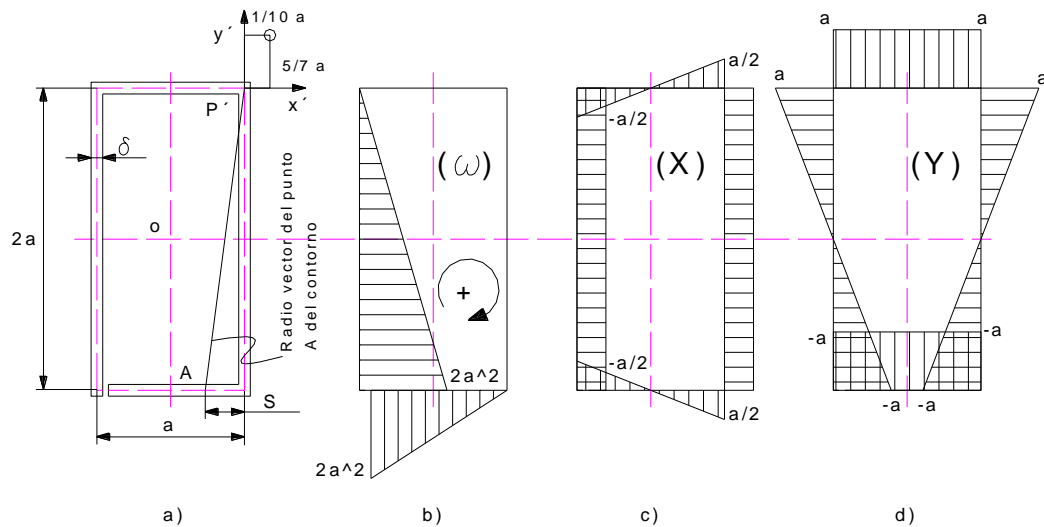


Fig. 2.13 Diagramas de área sectorial y las coordenadas X e Y de la sección analizada.

Los ejes centroidales principales de inercia son los ejes de simetría de la sección x, y . El centroide está en el origen O .

El momento de inercia con relación al eje x es:

$$I_x \cong 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot \delta \cdot (2a)^3 + 2 \cdot a \cdot \delta \cdot a^2 = \frac{10}{3} \cdot \delta \cdot a^3$$

Y con relación al eje y:

$$I_y \cong 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot \delta \cdot (a)^3 + 2 \cdot 2a \cdot \delta \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{7}{6} \cdot \delta \cdot a^3$$

Las coordenadas del centro de flexión con relación al polo P' se determinan por las expresiones:

$$x_c = - \frac{\int y \cdot \omega' dA}{I_x} \quad \text{y} \quad y_c = \frac{\int x \cdot \omega' dA}{I_y}$$

Las expresiones $\int_A y \cdot \omega' dA$ y $\int_A x \cdot \omega' dA$ son integrales del producto de dos funciones lineales

que pueden ser resueltas por la Regla de Vereschaguin. Para ello es necesario construir los gráficos del área sectorial ω' y de las coordenadas x e y del contorno.

Para simplificar al máximo el diagrama de ω' se situará el polo P' en la intersección de los lados superior y derecho, (Fig. 2.13 a). El área sectorial se halla como integral del radio vector perpendicular al contorno que pasa por el polo P' a través de todo el contorno, o sea,

$$\omega' = \int_s r \cdot ds. \text{ Para los lados cuyas líneas medias pasan por el polo P', el radio vector es cero}$$

y el área sectorial es cero.

Para los otros dos lados, en este caso, el radio vector es constante. Para el lado vertical $r=a$ y para el horizontal $r=2a$ y para ambos lados el área sectorial se halla como $\omega' = r \cdot \int_s ds$; o

sea, el área sectorial depende de modo lineal del contorno s. Cuando al recorrer el contorno el radio vector correspondiente trazado desde el polo P' al punto del contorno, gira a favor de las manecillas del reloj, el área sectorial es positiva, en caso contrario es negativa.

En la Figura 2.13 b se muestra el diagrama de ω' para la sección analizada con relación al polo P' y en las Figuras 2.13 c y d aparecen los diagramas de las coordenadas x e y. Los valores de las integrales se hallan por la regla de Vereschaguin. O sea:

$$\int_A x \cdot \omega' \cdot dA = \int_s x \cdot \omega' \cdot \delta \cdot ds = \delta \cdot \left[\frac{1}{2} (2a^2) \cdot \left(\frac{a}{2}\right) \cdot (2a) + \frac{1}{6} (2a^2) \cdot \left(\frac{a}{2} - 2 \cdot \frac{a}{2}\right) \cdot a \right] = \frac{5}{6} a^4 \cdot \delta$$

$$\int_A y \cdot \omega' \cdot dA = \int_s y \cdot \omega' \cdot \delta \cdot ds = \delta \cdot \left[-\frac{1}{2}(2a^2) \cdot (a) \cdot (a) + \frac{1}{6} \cdot 2(2a^2) \cdot (2a - a) \cdot 2a \right] = -\frac{1}{3}a^4 \cdot \delta$$

Finalmente:

$$x_c = -\frac{\int_A y \cdot \omega' dA}{I_x} = -\frac{-\frac{1}{3}a^4 \cdot \delta}{\frac{10}{3} \cdot \delta \cdot a^3} = \frac{1}{10} \cdot a$$

$$y_c = \frac{\int_A x \cdot \omega' dA}{I_y} = \frac{\frac{6}{5}a^4 \cdot \delta}{\frac{7}{6} \cdot \delta \cdot a^3} = \frac{5}{7} \cdot a$$

2.3 Torsión en barras de paredes delgadas.

2.3.1. Tensiones tangenciales en la torsión en barras de paredes delgadas.

Para el cálculo de las tensiones tangenciales en la torsión de los perfiles de paredes delgadas, estos se dividen en abiertos y cerrados. El carácter de la distribución de las tensiones tangenciales a través del espesor de la pared es diferente en ellos y se establece fácilmente utilizando la analogía de la membrana. Supongamos una placa plana con un orificio de configuración similar a las del perfil, sobre la cual se estira una membrana y se le aplica una presión normal a la superficie de la misma. La membrana se deformará de manera distinta según sea el perfil cerrado o abierto. Esta diferencia se ilustra en la Figura 2.14.

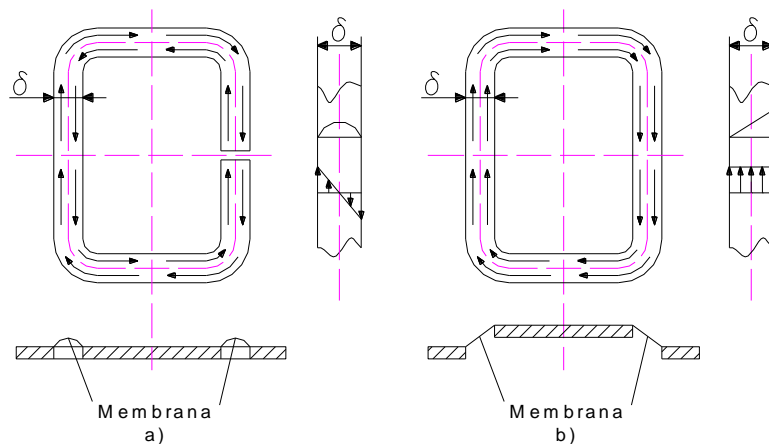


Fig. 2.14 Distribución de tensiones de torsión en un perfil abierto y uno cerrado según la analogía de la membrana.

Para el caso del perfil abierto se puede admitir que las tensiones se distribuyen linealmente dentro del espesor de la pared. De un lado de la línea media del contorno las tensiones tangenciales tienen un sentido y del otro lado sentido contrario, (Fig. 2.14 a).

En el caso del perfil cerrado las tensiones se distribuyen prácticamente casi uniformemente a través del espesor.

El cálculo de las tensiones y las deformaciones en el caso de los perfiles abiertos se fundamenta en el hecho de que la magnitud y distribución de las tensiones en la sección no se modifica mucho si se endereza el perfil. Es decir, las tensiones en un perfil abierto de configuración curvilínea serán aproximadamente las mismas que una rectilínea. De aquí que para un perfil de paredes delgadas de perfil abierto, que puede ser desarrollado y convertido en un rectángulo, se utilizan las mismas expresiones que para la sección rectangular cuando la relación entre los lados es muy grande. En este caso, uno de los lados es el perímetro s y el otro es el espesor δ . Como $\frac{s}{\delta} \rightarrow \infty$ se tiene que $\alpha=\beta=0,333$ y se tiene que la tensión tangencial máxima y el ángulo de torsión se calculan respectivamente como:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{3 \cdot M_t}{\sum s_i \cdot \delta^2} \quad (2.41)$$

$$W_t = \frac{\delta^2 \cdot s}{3} \quad (2.42)$$

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t} = \frac{3 \cdot M_t \cdot l}{G \cdot \delta^3 \cdot \sum s_i} = \theta \cdot l \quad (2.43)$$

$$I_t = \frac{\delta^3 \cdot s}{3} \quad \text{y} \quad s = \sum s_i \quad (2.44)$$

Cuando se trata de un perfil de paredes delgadas abierto compuesto que no puede ser enderezado y transformado en un rectángulo, se opera de la siguiente manera: se interpreta el momento torsor interno M_t como la suma de los momentos internos que surgen en cada una de las diferentes porciones de la sección, (Fig. 2.15).

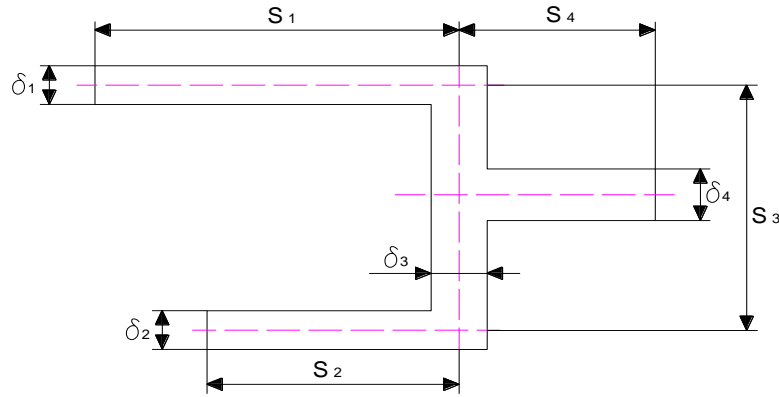


Fig. 2.15 Perfil abierto no desarrollable.

Despejando M_t de la expresión 2.43 para un tramo i cualquiera:

$$M_{ti} = \frac{G \cdot \varphi_i}{3 \cdot l} \cdot \delta_i^3 \cdot s_i \quad (2.45)$$

El momento torsor resultante será la suma de los momentos internos de las diferentes partes componentes de la sección:

$$M_t = \sum M_{ti} \quad (2.46)$$

Y como el ángulo de torsión φ es el mismo para cualquier porción de la sección,

O sea, $\varphi = \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n$, se tiene que:

$$M_t = \frac{G \cdot \varphi}{3 \cdot l} \cdot \sum \delta_i^3 \cdot s_i \text{ y como, } \varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t} \text{ se tiene:}$$

$$I_t = \frac{1}{3} \cdot \sum \delta_i^3 \cdot s_i \quad (2.47)$$

Por la analogía de la membrana se establece que la mayor tensión se produce en el tramo de mayor espesor δ_{\max} .

Para una porción i cualquiera de la sección se puede despejar τ_i en función de M_{ti} de la expresión 2.41.

O sea:

$$\tau_i = \frac{3 \cdot M_{ti}}{\delta_i^2 \cdot s_i} \text{ y,} \quad (2.48)$$

$$M_{tj} = \frac{\tau_j \cdot \delta_j^2 \cdot s_j}{3} \quad (2.49)$$

Igualando (2.49) y (2.45) se tiene:

$$\frac{G \cdot \varphi_j}{3 \cdot l} \cdot \delta_j^3 \cdot s_j = \frac{\tau_j \cdot \delta_j^2 \cdot s_j}{3}$$

De donde:

$$\tau_j = \frac{G \cdot \varphi}{l} \cdot \delta_j \quad (2.50)$$

De donde τ_{\max} se produce para $\delta_j = \delta_{\max}$. O sea:

$$\tau_{\max} = \frac{G \cdot \varphi}{l} \cdot \delta_j \quad (2.51)$$

$$\text{Y como } \varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t \cdot \delta_{\max}}{I_t} \quad (2.52)$$

$$\text{Siendo: } w_t = \frac{I_t}{\delta_{\max}} = \frac{1}{3 \cdot \delta_{\max}} \cdot \sum \delta_j^2 \cdot s_j \quad (2.53)$$

El método de determinación de las tensiones para este caso es aproximado ya que no tiene en cuenta la elevación de las tensiones en los ángulos interiores. Empleando la analogía de la membrana puede apreciarse que las tensiones en estos lugares son particularmente altas cuando el radio de curvatura es pequeño, de ahí la necesidad de emplear curvas suaves para estos ángulos.

Se analizará ahora la determinación de las tensiones tangenciales en una barra de paredes delgadas de perfil cerrado. En este caso, como se vio anteriormente, las tensiones se distribuyen uniformemente dentro del espesor (Fig. 2.14 b).

En la Figura 2.16 se muestra una barra de paredes delgadas de perfil cerrado.

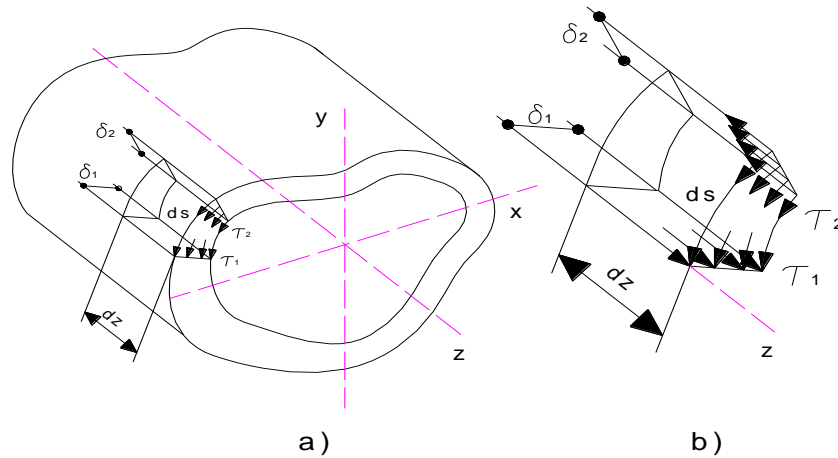


Fig. 2.16 Perfil cerrado.

Separemos de la barra el prisma elemental de longitud dz . Proyectando las fuerzas en la dirección del eje z se cumple que, (Fig. 2.16 b):

$$\sum F_t = \tau_1 \cdot \delta_1 \cdot dz - \tau_2 \cdot \delta_2 \cdot dz = 0$$

De modo que:

$$\tau_1 \cdot \delta_1 = \tau_2 \cdot \delta_2 = \tau \cdot \delta = cte \quad (2.54)$$

Como los puntos 1 y 2 están escogidos de forma arbitraria se concluye que el producto $\tau\delta$ no varía a lo largo del contorno de la barra. El momento de las tensiones tangenciales con relación a un punto arbitrario O, será igual al momento torsor. O sea (Fig. 2.17):

$$M_t = \int_S \tau \cdot \delta \cdot ds \cdot OA = \tau \cdot \delta \cdot \int_S OA \cdot ds \quad (2.55)$$

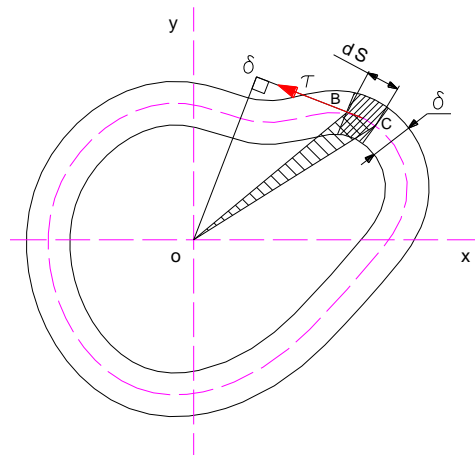


Fig. 2.17 Momento de las tensiones tangenciales con relación a un punto O.

El producto $OA \cdot ds$ es igual al duplo del área encerrada en el triangulo OBC y la integral de ese producto $\int_S OA \cdot ds$ es igual al área sectorial de la sección con relación al punto O y es numéricamente igual al doble del área encerrada en la línea media del contorno A^* .

$$\int_S OA \cdot ds = \omega = 2 \cdot A^* \quad (2.56)$$

De la ecuación 2.55 se tiene que:

$$M_t = 2 \cdot \tau \cdot \delta \cdot \int_S \frac{1}{2} \cdot OA \cdot ds = 2 \cdot \tau \cdot \delta \cdot A^* \quad (2.57)$$

De donde:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{2 \cdot \delta_{\min} \cdot A^*} \quad (2.58)$$

$$W_t = 2 \cdot A^* \cdot \delta_{\min} \quad (2.59)$$

La expresión para el cálculo del desplazamiento angular φ para la barra de perfil cerrado se halla comparando la energía potencial de la barra expresada, por un lado en función de τ y por otro en función de M_t y de φ .

La energía potencial unitaria de deformación en función de las tensiones principales para un estado tensional cualquiera es:

$$U_o = \frac{1}{2 \cdot E} \cdot [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2 \cdot \mu \cdot (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)] \quad (2.60)$$

Para el estado tensional de cortante puro:

$\sigma_1 = \tau, \sigma_2 = 0$ y $\sigma_3 = -\tau$ de donde:

$$U_o = \frac{1}{2 \cdot E} \cdot [\tau^2 + \tau^2 - 2 \cdot \mu \cdot (-\tau^2)] = \frac{2 \cdot \tau^2 \cdot (1 + \mu)}{2 \cdot E} \quad (2.61)$$

$$\text{Pero: } G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (2.62)$$

De donde:

$$U_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^2}{G} \quad (2.63)$$

La energía potencial total acumulada en el volumen elemental de dimensiones ds , dz y δ (Fig. 2.16 b) será:

$$dU = U_0 \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^2}{G} \cdot \delta \cdot ds \cdot dz \quad (2.64)$$

Y la energía potencial de toda la barra será:

$$U = \int_s \int_l \frac{\tau^2}{2 \cdot G} \cdot \delta \cdot ds \cdot dz = \frac{\tau^2 \cdot \delta^2 \cdot l}{2 \cdot G} \cdot \int_s \frac{ds}{\delta} \quad (2.65)$$

Y como según la expresión 2.57, $\tau \cdot \delta = \frac{M_t}{2 \cdot A^*}$, se tiene que:

$$U = \frac{M_t^2 \cdot l}{8 \cdot G \cdot A^{*2}} \cdot \int_s \frac{ds}{\delta} \quad (2.66)$$

Y para relacionar esta energía con el desplazamiento angular se tiene que también:

$$U = \frac{1}{2} \cdot M_t \cdot \varphi \quad (2.67)$$

Igualando (2.66) y (2.67) se tiene que, despejando φ :

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{4 \cdot G \cdot A^{*2}} \cdot \int_s \frac{ds}{\delta} \quad (2.68)$$

Y como en general $\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t}$, se tiene que:

$$I_t = \frac{4 \cdot A^{*2}}{\int_s \frac{ds}{\delta}} \quad (2.69)$$

Y si el espesor δ es constante a través de todo el contorno:

$$I_t = \frac{4 \cdot A^2}{s} \quad (2.70)$$

Donde s es la longitud total de la línea media del contorno.

Veamos ahora la aplicación de estas expresiones para el cálculo de las tensiones y los desplazamientos en barras de paredes delgadas de perfil abierto y cerrado sometidas a torsión.

Se quiere comparar la magnitud de las tensiones tangenciales y los desplazamientos angulares en dos barras de sección anular de paredes delgadas, con una relación $\frac{d}{\delta} = 10$.

Una de perfil abierto y otra de perfil cerrado, (Fig. 2.18).

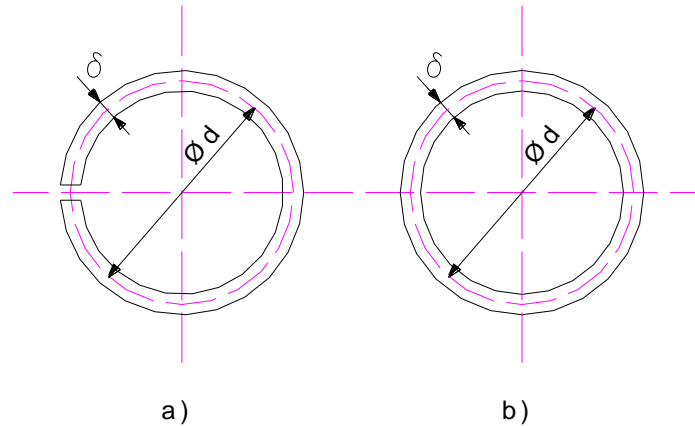


Fig. 2.18 Comparación entre perfil anular abierto y cerrado.

Para establecer la comparación hallaremos la relación entre las tensiones y los desplazamientos angulares entre el perfil abierto y el cerrado.

O sea:

$$\frac{\tau_a}{\tau_c} = \frac{\frac{M_t}{W_{ta}}}{\frac{M_t}{W_{tc}}} = \frac{W_{tc}}{W_{ta}}$$

Para el perfil abierto desarrollable, se tiene:

$$W_{ta} = \frac{\delta^2 \cdot s}{3}$$

Y para el perfil cerrado:

$$W_{tc} = 2 \cdot A^* \cdot \delta$$

El área encerrada en la línea media del contorno es:

$$A^* = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \text{ y el perímetro } s = \pi \cdot d.$$

De donde:

$$\frac{\tau_a}{\tau_c} = \frac{W_{tc}}{W_{ta}} = \frac{2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \delta}{\frac{1}{3} \pi \cdot d \cdot \delta^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{d}{\delta} \text{ obteniéndose finalmente:}$$

$$\tau_a = 15 \cdot \tau_c$$

Las tensiones tangenciales en el perfil abierto son 15 veces superiores a las tensiones en el perfil cerrado.

Para comparar los desplazamientos angulares, se tiene:

$$\frac{\varphi_a}{\varphi_c} = \frac{\frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_{ta}}}{\frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_{tc}}} = \frac{I_{tc}}{I_{ta}}$$

$$\text{Para el perfil abierto desarrollable: } I_{ta} = \frac{\delta^3 \cdot s}{3}$$

$$\text{Y para el perfil cerrado de espesor constante: } I_{tc} = \frac{4 \cdot A^{*2} \cdot \delta}{s}$$

Sustituyendo A* y s:

$$\frac{\varphi_a}{\varphi_c} = \frac{I_{tc}}{I_{ta}} = \frac{4 \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2}{4} \right)^2 \cdot \delta}{\frac{1}{3} \cdot \delta^3 \cdot \pi \cdot d} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{d}{\delta} \right)^2 \text{ obteniéndose finalmente:}$$

$$\varphi_a = 75 \cdot \varphi_c$$

Los desplazamientos angulares son 75 veces superiores en el perfil abierto que en el cerrado.

A continuación se muestra otra comparación pero esta vez se compara la magnitud de las tensiones tangenciales, los desplazamientos angulares y el consumo de metal entre dos perfiles cerrados de paredes delgadas, uno cuadrado de lado a y uno circular de diámetro a (Fig. 2.19). Ambos son del mismo espesor δ .

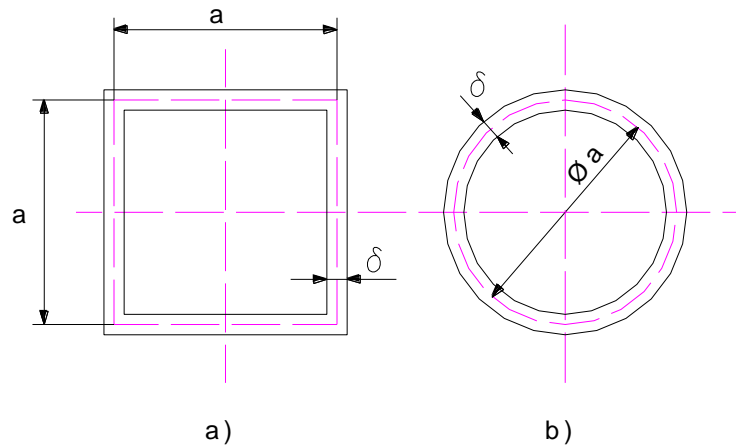


Fig. 2.19 Comparación entre perfiles de paredes delgadas cerrados de contorno cuadrada y de contorno anular.

Estableceremos la comparación de forma similar que en el caso anterior. O sea: desde el punto de vista de las tensiones.

$$\frac{\tau_{circ}}{\tau_{cuad}} = \frac{W_{t\ cuad}}{W_{t\ circ}}$$

Y como para un perfil cerrado cualquiera: $W_t = 2 \cdot A^* \cdot \delta$, se tiene que:

$$\frac{\tau_{circ}}{\tau_{cuad}} = \frac{A^*_{cuad}}{A^*_{circ}} = \frac{a^2}{\frac{\pi \cdot a^2}{4}} = \frac{4}{\pi} = 1,27$$

De modo que las tensiones son 1,27 veces mayores en el perfil circular.

Desde el punto de vista de los desplazamientos angulares:

$$\frac{\varphi_{circ}}{\varphi_{cuad}} = \frac{I_{t\ cuad}}{I_{t\ circ}}$$

Y como para un perfil cerrado de espesor constante: $I_t = \frac{4 \cdot A^2 \cdot \delta}{s}$, se tiene que:

$$\frac{\varphi_{circ}}{\varphi_{cuad}} = \frac{\left(\frac{A^2}{s} \right)_{cuad}}{\left(\frac{A^2}{s} \right)_{circ}} = \frac{\left(\frac{a^4}{4 \cdot a} \right)}{\left(\frac{\pi^2 \cdot a^4}{16 \cdot \pi \cdot a} \right)} = \frac{4}{\pi} = 1,27$$

Los desplazamientos angulares son también 1,27 veces mayores en el perfil circular.

Desde el punto de vista del peso, o lo que es lo mismo, el consumo de material, se tiene:

$$\frac{V_{circ}}{V_{cuad}} = \frac{\pi \cdot a \cdot \delta}{4 \cdot a \cdot \delta} = \frac{\pi}{4} = \frac{1}{1,27}$$

De modo que el consumo de metal es 1,27 veces mayor en la barra de paredes delgadas de contorno cuadrada.

2.4 Conclusiones del Capítulo.

1. La Teoría de la Flexión y de la Torsión de los Perfiles de Paredes Delgadas está completamente desarrollada en los textos de Mecánica de Materiales Avanzada, sin embargo, estos aspectos no han sido considerados hasta la fecha en el cálculo de Uniones a Solape Asimétricas sometidas a Flexión, cuando el Plano de Carga no coincide con el Centro de Flexión.
2. El elemento más importante a considerar en los cálculos es que durante la flexión de estas uniones se introduce un efecto suplementario de torsión que eleva sensiblemente la magnitud de las tensiones.

Capítulo III. Desarrollo de los métodos y expresiones de cálculo de las tensiones máximas en Uniones Soldadas Asimétricas sometidas a flexión transversal cuando el plano de carga no pasa por el centro de flexión.

3.1 Expresiones propuestas en la literatura para determinar las tensiones tangenciales máximas en uniones soldadas con costura de filete asimétrica sometidas a flexión cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión.

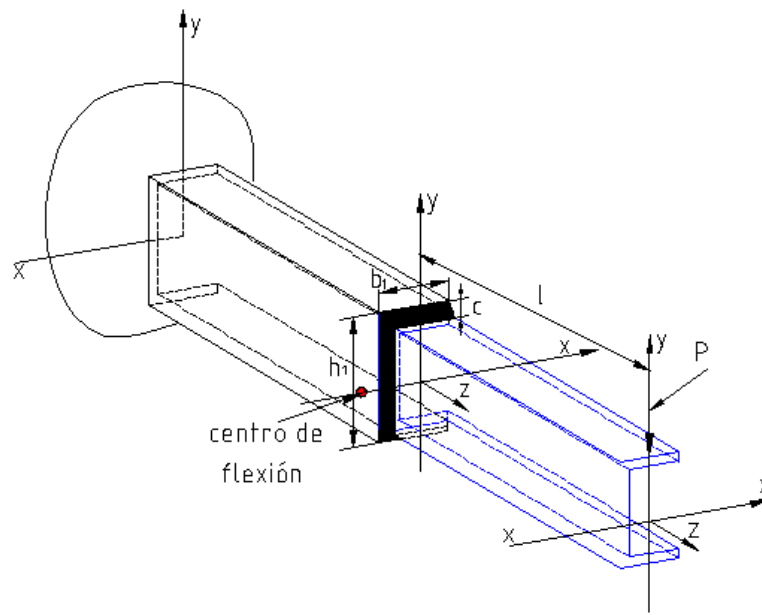


Fig. 3.1 Perfiles canales soldados con costura de filete en U, sometido a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el plano que pasa por centro de flexión.

En la figura 3.1 se muestra un perfil canal soldado con costuras de filete donde se cumple estas condiciones. Un perfil con estas características solamente es analizado en la literatura por los autores Shigley- Mitchel ^[114] y Hall^[52] en sus tablas mostradas en los Anexos B y D, y brindan las siguientes expresiones.

• **Expresión planteada por Shigley-Mitchel^[114]**

$$\tau_{Mf} = \frac{Mf \cdot y}{I} \quad (3.1)$$

Donde:

$$Mf = P \cdot l$$

y- Distancia del punto analizado al centroide de la sección.

I - momento de Inercia de la sección

$$y = \frac{h_1}{2} ; \quad I = 0,707 \cdot c \cdot Iu ; \quad Iu = \frac{h_1^2}{12} \cdot (6 \cdot b_1 + h_1)$$

$$\tau_{Mf} = \frac{\frac{Mf \cdot \frac{h_1}{2}}{0,707 \cdot c \cdot \frac{h_1^2}{12} \cdot (6 \cdot b_1 + h_1)}}{\frac{8.4853 \cdot Mf}{c \cdot h_1 \cdot (6 \cdot b_1 + h_1)}} = \frac{8.4853 \cdot Mf}{c \cdot h_1 \cdot (6 \cdot b_1 + h_1)} \quad (3.2)$$

• **Expresión planteada por Hall^[52]**

$$\tau_{Mf} = \frac{Mf}{Zw \cdot w} \quad (3.3)$$

Donde:

$$Mf = P \cdot l$$

Zw – Módulo de la sección

w - Dimensión de la soldadura

$$Zw = b_1 \cdot h_1 + \frac{h_1^2}{6} \quad (3.4)$$

$$\tau_{Mf} = \frac{Mf}{0.707 \cdot c \cdot \left(b_1 \cdot h_1 + \frac{h_1^2}{6} \right)} = \frac{8.4853 \cdot Mf}{c \cdot h_1 \cdot (6 \cdot b_1 + h_1)} \quad (3.5)$$

Como se puede observar por las expresiones propuestas por ambos autores se arriba al mismo resultado. Hay que destacar que estas expresiones la obtienen estos autores considerando la unión sometida a flexión pura, o sea, no consideran la unión sometida a cortante por la carga P, ni mencionan el efecto de torsión suplementaria provocada por la carga, al no coincidir esta con el centro de flexión.

En la figura 3.2 se muestra un perfil angular soldada con costuras de filete en el cual el plano de carga no coincide tampoco con el centro de flexión.

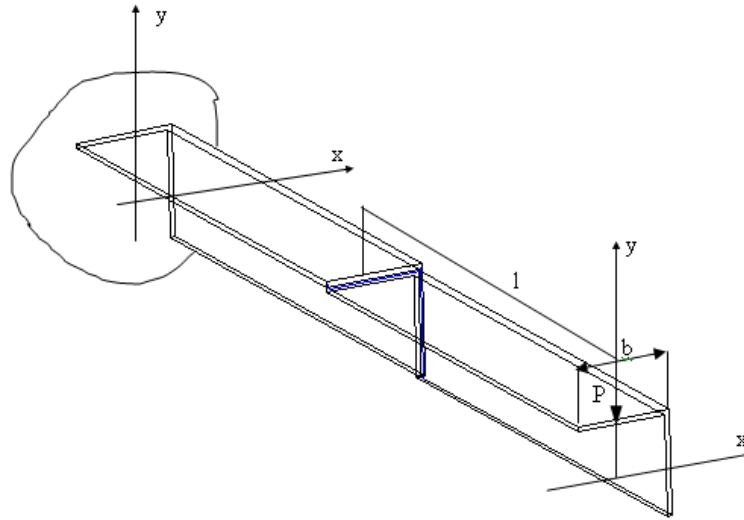


Fig. 3.2 Perfil angular soldado con costura de filete, sometida a flexión transversal en el cual el plano de carga no coincide con el centro de flexión.

Una unión soldada con costura de filete con este perfil sólo es analizado por Hall^[52], sin embargo cuando plantea las expresiones para resolverla no considera que la unión este sometida flexión transversal, sino que analiza sólo el caso de flexión pura y las expresiones en el texto presenta un error en Z_w pues en el denominador no puede ser $4bd$, sino $4b$.

Expresión propuesta por Hall^[52].

$$\tau_{Mf} = \frac{Mf}{Z_w \cdot w} \quad (3.6)$$

Donde:

$$Mf = P \cdot l$$

$$Z_w = \frac{d^2 \cdot (4 \cdot b + d)}{6 \cdot (2 \cdot b + d)} \quad w = 0,707 \cdot c \quad (3.7)$$

$$\tau_{Mf} = \frac{Mf}{\frac{d^2 \cdot (4 \cdot b + d)}{6 \cdot (2 \cdot b + d)} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot c}{2}} = \frac{12 \cdot Mf \cdot (2 \cdot b + d)}{\sqrt{2} \cdot c \cdot d^2 \cdot (4 \cdot b + d)} \quad (3.8)$$

$$\tau_{Mf} = \frac{8.4853 \cdot Mf \cdot (2 \cdot b + d)}{c \cdot d^2 \cdot (4 \cdot b + d)} \quad (3.9)$$

3.2 Nuevo Método y Nuevas expresiones para el cálculo de la Tensiones en una unión soldada de filete con perfil en U sometidas a flexión transversal en la cual el plano de carga no coincide con el centro de flexión.

En esta unión la carga P provoca sobre el cordón de soldadura una fuerza de cortante transversal $Q = P$ y un momento flector con relación al eje centroidal x del cordón igual a: $M_f = P \cdot l$. En las uniones asimétricas en las cuales el plano de carga no coincide con el centro de flexión la carga transversal provoca además un efecto de torsión suplementario, el cual no es considerado por ninguno de los autores consultados y el cual, para cualquier sección con estas características se puede calcular por la siguiente expresión: $M_t = P \cdot X_{CF}$, donde X_{CF} es la distancia entre el plano de carga y el centro de flexión en la dirección perpendicular al plano de carga. En la consideración de la tensión tangencial suplementaría de torsión provocado por este momento radica la novedad del método propuesto.

La tensión tangencial provocada por la fuerza de cortante transversal Q se puede calcular por la ecuación de Feodosiev^[34] proyectando convencionalmente el resultado en el plano de la garganta, o sea, dividiendo entre $\cos 45^\circ$.

$$\tau_Q = \frac{Q \cdot S_x^*}{I_x \cdot c \cdot \cos 45^\circ} \quad (3.10)$$

En la Figura. 3.3 a, se muestra la sección transversal del cordón de soldadura en el plano paralelo a la carga P y en la Figura.3.3 b, la distribución de las tensiones tangenciales en el plano de la garganta calculadas por Feodosiev^[34] en la línea media del contorno.

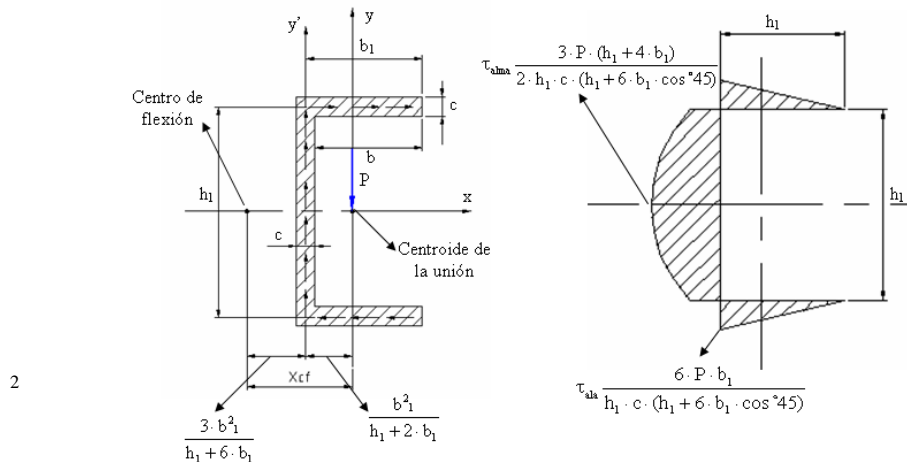


Fig. 3.3 Perfil del cordón de soldadura y distribución de la tensión tangencial τ_Q provocada por la fuerza de cortante transversal Q en el plano de la garganta.

En la Figura 3.3 a, se muestra también la posición del centro de flexión según Fedosiev^[34] para un perfil en U como el analizado. El centro de flexión es aquel punto para el cual el momento de las fuerzas tangenciales que surgen en la sección por el cortante transversal Q son iguales a cero, o sea, si la fuerza Q se aplicara en el centro de flexión, el perfil abierto asimétrico analizado no se vería sometido a torsión.

En este caso como la carga Q está aplicada en el centroide del cordón y desplazada del centro de flexión las tensiones tangenciales que surgen en la sección inducen un momento torsor, cuya magnitud, según la Teoría de la Flexión de Perfiles Abiertos de Paredes Delgadas Asimétricos es igual a:

$$M_t = Q \cdot X_{cf} \quad (3.11)$$

Donde:

X_{cf} es la distancia entre el centro de la sección y el centro de flexión; esta distancia en este caso es según^[34]:

$$X_{cf} = \frac{4 \cdot b_1^2 (h_1 + 3 \cdot b_1)}{(h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)} \quad (3.12)$$

Las tensiones tangenciales suplementarias originadas por la torsión se distribuyen en la sección según las leyes de la Torsión de los Perfiles de Paredes Delgadas, en este caso Desarrollables, o sea, constantes a través de todo el perímetro, (Fig. 3.4) y su magnitud será:

$$\tau_{mt} = \frac{M_t}{W_t \cdot \cos 45^\circ} = \frac{3 \cdot Mt}{c^2 \cdot s \cdot \cos 45^\circ} \quad (3.13)$$

Donde:

W_t - parámetro geométrico de la sección de paredes delgadas de contorno abierto desarrollable.

$$W_t = \frac{1}{3} c^2 s \quad (3.14)$$

c -es el cateto del cordón.

s -es la longitud del contorno.

$$s = 2 \cdot b_1 + h_1 \quad (3.15)$$

Sustituyendo:

$$\tau_{mt} = \frac{12 \cdot P \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2 \cdot \cos 45^\circ} \quad (3.16)$$

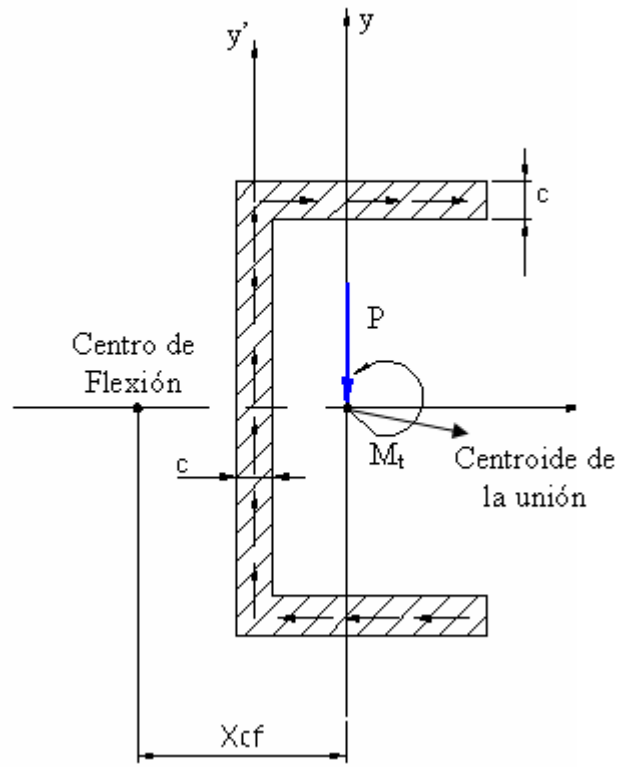


Fig. 3.4 Tensiones provocadas por el efecto suplementario de torsión

En el punto medio del alma la tensión tangencial resultante será la suma de la tensión de cortante y la de torsión, o sea:

$$\tau_{alma} = \tau_{almaQ} + \tau_{Mt} \quad (3.17)$$

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot P \cdot (h_1 + 4 \cdot b_1)}{2 \cdot h_1 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot 0.707} + \frac{12 \cdot P \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2 \cdot 0.707}$$

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot P \cdot b_1}{0.707 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \left[\frac{h_1 + 4 \cdot b_1}{2 \cdot h_1 \cdot b_1} + \frac{4 \cdot b_1 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \right] \quad (3.18)$$

En el ala la tensión resultante producto de la suma del cortante directo y la torsión será:

$$\tau_{ala} = \tau_{alaQ} + \tau_{Mt} \quad (3.19)$$

$$\tau_{ala} = \frac{6 \cdot P \cdot b_1}{h_1 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot 0.707} + \frac{12 \cdot P \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2 \cdot 0.707}$$

$$\tau_{ala} = \frac{6 \cdot P \cdot b_1}{0.707 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{2 \cdot b_1 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \right] \quad (3.20)$$

En el ala aparece además una tensión tangencial provocada por el momento flector que se calcula convencionalmente por la expresión clásica de Navier proyectada en la sección de la garganta y su dirección es perpendicular a la anterior (Fig. 3.4):

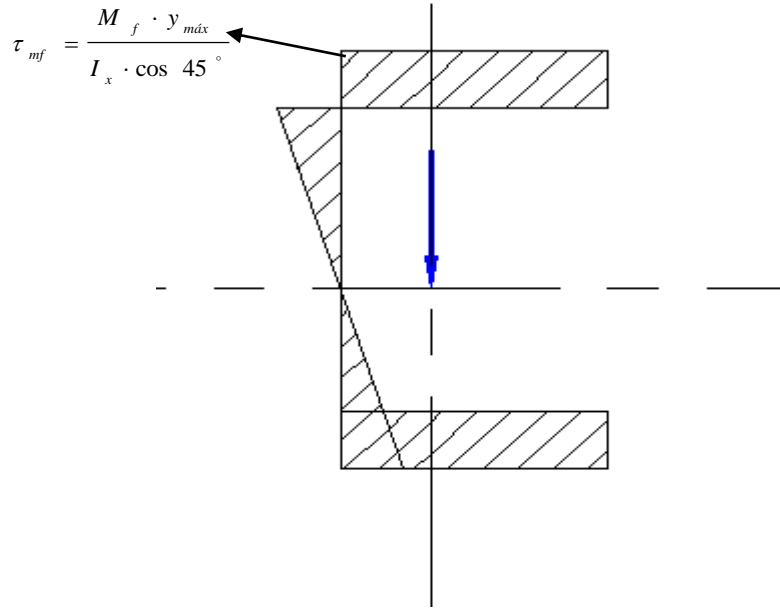


Fig. 3.5 Tensiones producto a la flexión.

El momento de inercia de la sección respecto al eje x es:

$$I_x = \frac{c}{12} \cdot (h_1^3 + b_1 \cdot c^2 + 6 \cdot b_1 \cdot h_1^2) \quad (3.21)$$

Donde:

$$Y_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \cdot (h_1 + c) \quad (3.22)$$

Sustituyendo se obtiene

$$\tau_{mf} = \frac{\frac{P \cdot l \cdot (h_1 + c)}{2}}{\frac{c \cdot (h_1^3 + b_1 \cdot c^2 + 6 \cdot b_1 \cdot h_1^2) \cdot 0.707}{12}} = \frac{6 \cdot P \cdot l \cdot (h_1 + c)}{c \cdot (h_1^3 + b_1 \cdot c^2 + 6 \cdot b_1 \cdot h_1^2) \cdot 0.707} \quad (3.23)$$

La tensión tangencial total resultante en el ala será:

$$\tau_{res} = \sqrt{\tau_{ala}^2 + \tau_{mf}^2} \quad (3.24)$$

Si se evalúa esta unión por las expresiones planteadas anteriormente por Shigley-Mitchell^[106], Hall^[50] y la expresión propuesta, para un perfil canal según Gost 8240-56 número 20, donde: $h_1 = 210$ mm, $b_1 = 81$ mm, de longitud $l = 1\,000$ mm sometido a una carga $P = 5\,000$ N que equivale a un momento $M_f = 5 \cdot 10^6$ N-mm. Se obtienen los siguientes resultados.

Tabla 3.1 Comparación entre los valores las tensiones para la costura de sección canal sometida a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión.

Valores obtenidos MPa		$\tau_{\text{Flexión transversal}} / \tau_{\text{Flexión pura}}$
<i>Expresión propuesta (MPa)</i> (Flexión Transversal)	<i>Shigley – Mitchell^[146], Hall^[52] (MPa)</i> (Flexión Pura)	Relación
39,3	29	1.35

La tensión obtenida por la expresión propuesta es 1,35 veces mayor pues como se mencionó anteriormente, ninguno de los autores consultados en la literatura aborda el cálculo de una unión asimétrica de este tipo sometida a flexión transversal, en el caso particular que el plano de carga no coincide con el plano que pasa por el centro de flexión, donde se manifiestan los efectos suplementarios de torsión, que como se vio, tienen que ser analizados por la Teoría de la Torsión de los Perfiles de Paredes Delgadas y sólo analizan este tipo de unión sometida a flexión pura. En la Figura 3.6 se observan los valores de las tensiones principales $\sigma_1 = 95,58$, MPa y $\sigma_3 = 6,48$ MPa, obtenidas por el Método de los

Elementos Finitos; la tangencial máxima es de $\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{95,58 - 6,48}{2} = 44,55$ MPa .

Como se aprecia existe una mejor correspondencia con el resultado analítico obtenido según el método propuesto. La expresión propuesta que permite calcular las tensiones tangenciales máximas en el caso de una unión asimétrica sometida a flexión cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión, constituye un Aporte Científico del presente trabajo.

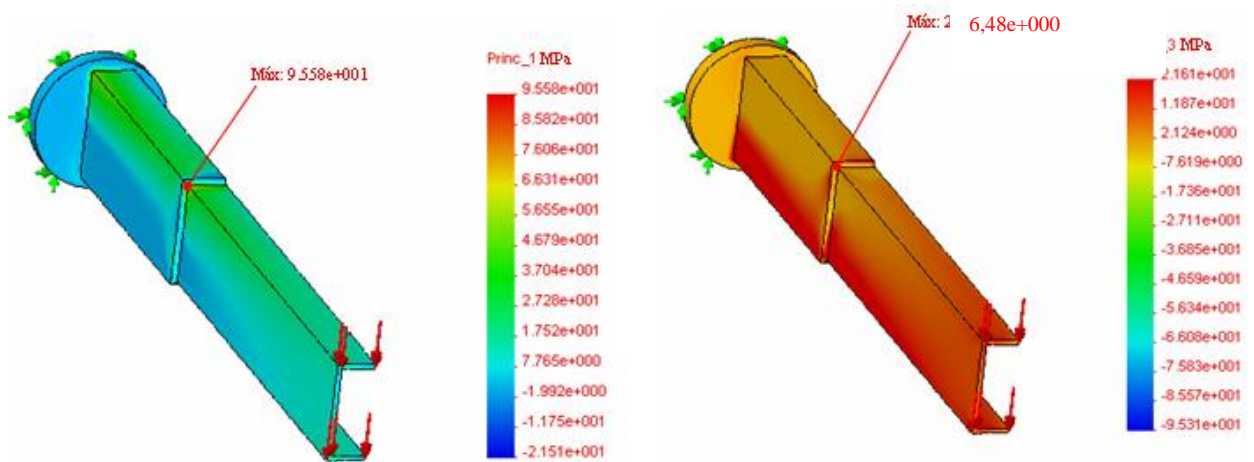


Fig. 3.6 Resultados de la modelación por elementos finitos para dos perfiles canales soldados con costura de filete en U, sometido a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el plano que pasa por centro de flexión.

3.3 Expresiones obtenidas para el cálculo de las tensiones máximas en una unión soldada de filete con perfil angular sometida a flexión transversal en la cual el plano de carga no coincide con el de centro de flexión.

En la Fig. 3.7 se muestra una unión de este tipo.

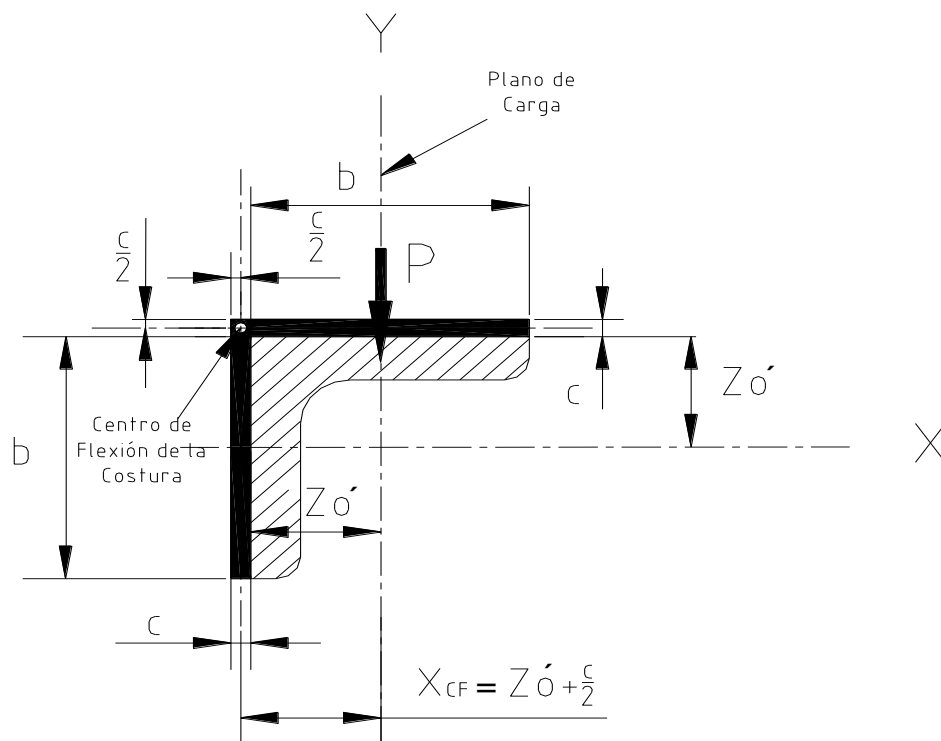


Fig.3.7 Angular de alas iguales con costuras de filete sometido a flexión transversal.

En esta unión la carga P provoca sobre el cordón de soldadura, (Fig. 3.2 y 3.7) una fuerza de cortante transversal $Q = P$, un momento flector con relación al eje centroidal x de la unión igual a $M_f = P * l$ y un momento de torsión suplementario, el cual no es mencionado por ningún autor en la literatura de uniones soldadas igual a $M_t = P * X_{CF}$, donde:

$$X_{CF} = Z_o' + \frac{c}{2}.$$

En la consideración de esta tensión tangencial de torsión suplementaria radica, igual que en el caso anterior, lo novedoso del método propuesto en el presente trabajo.

En la Figura 3.8 se muestra la sección transversal del cordón de soldadura en un plano paralelo a la carga P . Para calcular las tensiones tenemos que conocer la posición del centroide del cordón.

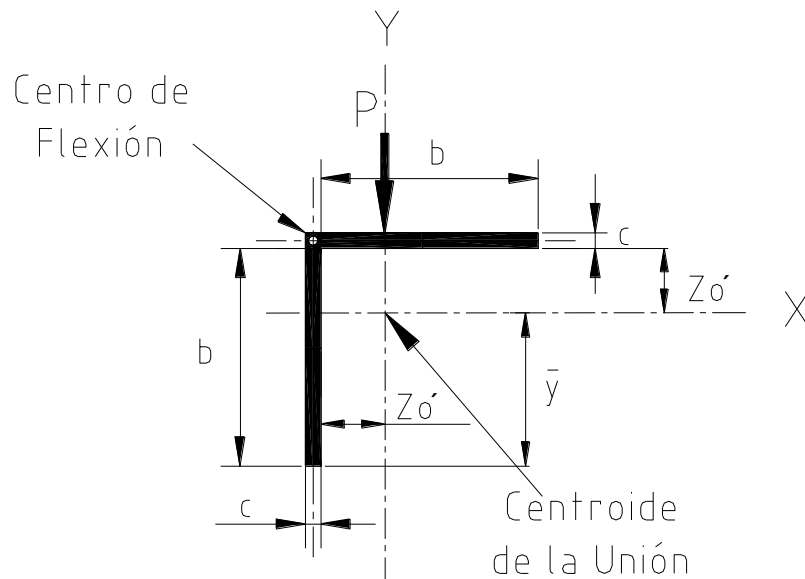


Fig. 3.8 Sección transversal del cordón.

La coordenadas Z_o' del cordón al eje x que con relación al eje y , se hallará la coordenada con relación al eje x .

El centroide con respecto al eje x, (\bar{y}), se puede calcular por el método clásico de la Mecánica Teórica y se obtiene:(Ver anexo A)

$$\bar{y} = \frac{3b^2 + 3bc^2 + c^3}{2(2b + c)}$$

La distancia Z_o' será

$$Z_o' = b - \bar{y}$$

$$Z_o' = b - \frac{3b^2 + 3bc^2 + c^3}{2(2b + c)} = \frac{4b^2 + 2bc - 3b^2 - 3bc - c^2}{2(2b + c)}$$

$$Z_o' = \frac{b^2 - bc - c^2}{2(2b + c)}$$

La coordenada X_{CF} del cordón será

$$X_{CF} = Z_o' + \frac{c}{2}$$

$$X_{CF} = \frac{b^2 - bc - c^2}{2(2b + c)} + \frac{c}{2}$$

$$X_{CF} = \frac{b^2 - bc - c^2 + 2bc + c^2}{2(2b + c)}$$

$$X_{CF} = \frac{b(b + c)}{2(2b + c)}$$

Entonces:

$$M_t = \frac{P \cdot b(b + c)}{2(2b + c)}$$

- **Tensiones que surgen en el del perfil.**

La tensión resultante que surge en el punto medio del alma del perfil será igual a la suma de las tensiones tangenciales de la torsión y de cortante.

$$\tau_{alma} = \tau_{Mt} + \tau_Q$$

$$\tau_{Mt} = \frac{Mt}{W_t \cdot \cos 45}$$

Donde:

$$W_t = \frac{1}{3} \cdot c^2 (2b + c)$$

$$\tau_{Mt} = \frac{3bc^2 P(b + c)}{2c^2 \cos 45 (2b + c)}$$

$$\tau_{Qalma} = \frac{Q \cdot S_{xalma}^*}{I_x \cdot c \cdot \cos 45}$$

Donde:

$$S_{xalma}^* = \bar{y}_{alma} \cdot A_{alma}$$

$$S_{xalma}^* = \frac{c \left[2b^2 (2b^2 3bc + c^2) + (b^2 + 3bc + c^2)^2 - 2y^2 (2b + c)^2 \right]}{4(2b + c)^2}$$

$$I_x = \frac{c(b + c)(5b^3 + 5b^2c + 4bc^2 + c^3)}{12(2b + c)}$$

$$\tau_{Qalma} = \frac{3Q \left[2b^2 (2b^2 + 3bc + c^2) + (b^2 + 3bc + c^2)^2 - 2y^2 (2b + c)^2 \right]}{c \cdot \cos 45 (b + c)(2b + c)(5b^3 + 5b^2c + 4bc^2 + c^3)}$$

$$\tau_{Res Alma} = \frac{6Pc(2b + c) \left[2b^2 (2b^2 3bc + c^2) + (b^2 + 3bc + c^2)^2 - 2y^2 (2b + c)^2 \right] + 3Pb(b + c)^2 (5b^3 + 5b^2c + 4bc^2 + c^3)}{2c^2 \cdot \cos 45 (b + c)(2b + c)^2 (5b^3 + 5b^2c + 4bc^2 + c^3)}$$

En el punto mas alejado de la línea neutra la tensión tangencial resultante es producto de las tensiones de Torsión y Flexión.

$$\tau = \sqrt{\tau_{Mt}^2 + \tau_{Mf}^2}$$

$$\tau_{Mf} = \frac{M_f \cdot y_{\max}}{I_x \cos 45}$$

$$\tau_{Mf} = \frac{6Pl(3b^2 + 3bc + c^2)}{c \cdot \cos 45 (b + c)(5b^3 + 5b^2c + 4bc^2 + c^3)}$$

$$\tau_{Mt} = \frac{3bc^2P(b + c)}{2c^2 \cos 45 (2b + c)}$$

El punto más crítico es indudablemente el punto inferior de la unión, que es el punto mas alejado de la línea neutra. Si se evalúa esta última expresión para la unión con $b = 190 \text{ mm}$, $c = 10 \text{ mm}$, de longitud $l = 1000 \text{ mm}$ y sometido a una carga $P = 1000 \text{ N}$. Se obtienen los resultados que se muestra en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Comparación entre los valores las tensiones para la costura de sección angular sometida a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión.

Valores obtenidos MPa		$\tau_{\text{Propuesta transversal}} / \tau_{\text{Sin Mt}}$
<i>Expresión propuesta</i> (Flexión Transversal)	<i>Sin considerar el Momento Torsor</i>	Relación
14,39	13,38	1.08

En la Fig. 3.9 se muestra la evaluación de esta unión para el Método de Elementos Finitos, donde se obtiene un valor de $\sigma_{eq} = 33,95 \text{ MPa}$ en el punto más alejada de la línea neutra que se corresponde con un valor de la Tensión Tangencial Máxima.

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{eq \max}}{\sqrt{3}} = 19,6 \text{ MPa}$$

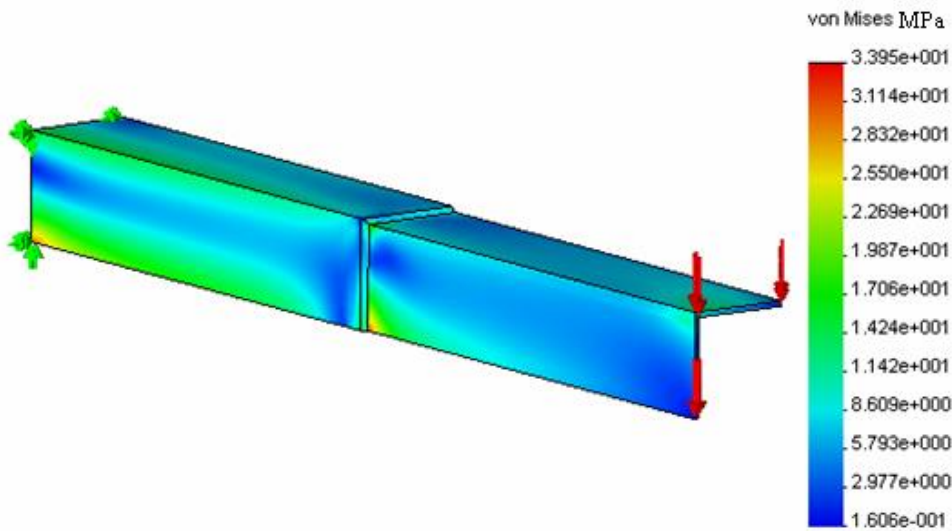


Fig. 3.9 Resultados de la modelación por elementos finitos para el perfil angular de alas iguales, sometido a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el plano que pasa por centro de flexión.

Esta tensión es aproximadamente 1,36 veces mayor que la calculada analíticamente, pero en este orden debe estar el factor de concentración de tensiones k_t en este tipo unión en este perfil angular.

En la figura 3.10 se muestra una ampliación de la zona de $\sigma_{eq\ max}$ donde se puede apreciar claramente el efecto del cambio de flujo de fuerzas que provocan la concentración de tensiones.

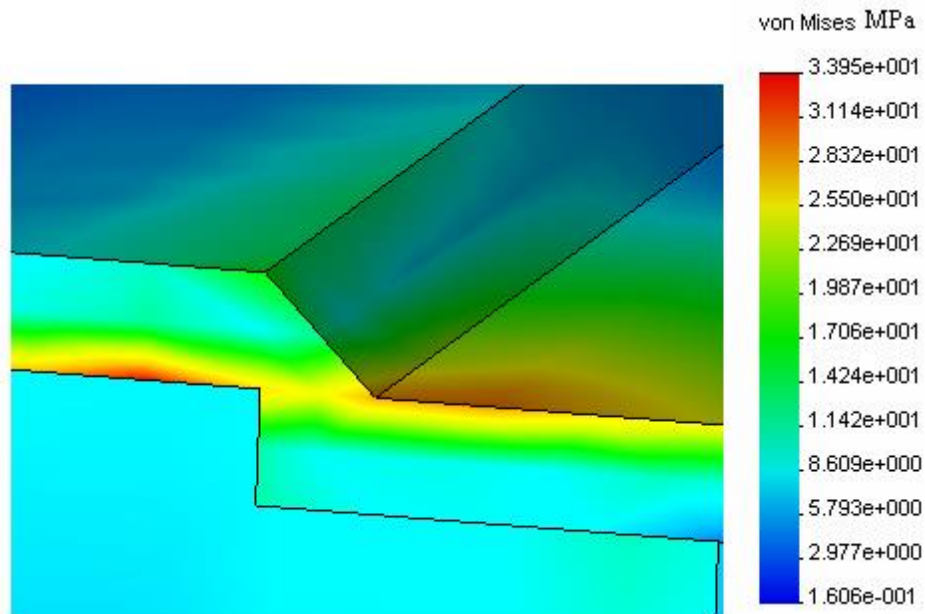


Fig. 3.10 Ampliación de la zona de $\sigma_{eq\ max}$

3.4 Conclusiones del Capítulo.

1. Se propone una nueva metodología de cálculo para determinar las tensiones máximas en las Uniones Soldadas con Costuras de Filete de Contorno Asimétrico sometidas a Flexión Transversal y en las cuales dicho plano no pasa por el Centro de Flexión de la Costura. En este tipo de unión soldada se induce un momento de torsión que incrementa el valor de las tensiones tangenciales máximas que surgen en el mismo. El elemento más importante a considerar en los cálculos es que durante la flexión de estas uniones, se introduce un efecto suplementario de torsión que eleva sensiblemente la magnitud de las tensiones.
2. Para el caso del Perfil en U las tensiones calculadas por la Metodología Propuesta son 1,35 veces mayores que las calculadas por las expresiones propuestas por otros autores que no contemplan el efecto suplementario de torsión y los valores obtenidos por el Método Propuesto se ajustan mucho mejor con relación al Método de los Elementos Finitos, con las diferencias lógicas introducidas en este último método por el efecto de la concentración de tensiones.
3. Para el caso del Perfil Angular de Alas Iguales los valores de tensiones obtenidos considerando el efecto suplementario de torsión dan 1,08 veces que si no se considera este efecto y presentan también una mejor correspondencia con el Método de los Elementos Finitos, aunque las diferencias con relación a este último Método son mayores dado el considerable efecto de concentración de tensiones que presenta este perfil precisamente en el punto mas alejado del centroide donde se producen las tensiones máximas.

Conclusiones Generales

1. En la literatura consultada no se plantean Métodos de Cálculo de las Tensiones en Uniones Soldadas Asimétricas Sometidas a Flexión Transversal, cuando el Plano de Carga no coincide con el Centro de Flexión que permitan contemplar el efecto suplementario de torsión que se produce en estas uniones.
2. Los métodos de cálculo tradicionales planteados por los diferentes autores para las uniones soldadas con perfiles de configuración geométrica compleja sometidas a torsión tienen contradicciones con la Mecánica de Materiales al no considerar el cordón como un perfil de paredes delgadas lo que arroja valores de tensiones varias veces más pequeños que los obtenidos por el Método de los Elementos Finitos, solo en los trabajos del Dr. Hernán Hernández Herrera, se abordan estas particularidades para las uniones evaluadas en el presente trabajo las cuales fueron aplicadas en el mismo.
3. Mediante la aplicación correcta de la Mecánica de Materiales se desarrollaron expresiones de cálculo que permiten obtener en el caso de uniones con perfil de configuración geométrica compleja asimétricas sometidas a flexión transversal valores de las tensiones máximas que son varias veces superiores a los obtenidos por las expresiones dadas por diferentes autores, las cuales no consideran la presencia del efecto suplementario de torsión y que se ajustan mucho mejor con los valores obtenidos mediante la Aplicación del Método de los Elementos Finitos. La diferencia final estriba exclusivamente en el fenómeno de la concentración de tensiones que es muy acentuado en los uniones con costuras de filete en general, dado la configuración geométrica compleja de los cordones de soldadura y de los violentos cambios en el flujo de fuerzas que se producen en estas uniones.
4. Las uniones estudiadas fueron modeladas por el Método de los Elementos Finitos obteniendo resultados que se corresponden mejor con las expresiones propuestas, las cuales constituyen el Aporte Científico Fundamental del Presente Trabajo.

Recomendación

Realizar estudios de Correlación Lineal Múltiple para obtener expresiones de k_τ en el caso de las Uniones Soldadas Asimétricas de Configuración Geométrica Compleja sometidas a Flexión Transversal cuando el Plano de Carga no Coincide con el Centro de Flexión, que ajusten mejor aun los valores calculados de las tensiones tangenciales máximas con los obtenidos por el Método de los Elementos Finitos.

Bibliografía

1. ANSI/API STD 1104:1999. Soldadura de líneas de tubería e instalaciones a fines. 1999
2. ANSI/AWS D1.1-96. Structural Welding Code-Steel, 1996.
3. Allen, T., Ittiwaitana, W. A Method for robust machine Design applied to Arc-Welding Third International Symposium on Tools and Methods of competitive Engineering. April 2000.
4. Armero, F., Glaser, S. On the formulation of enhanced strain finite elements in finite deformations. Engineering Computations 1997.
5. AWS D 1.1 M:2002 An American National Standard Approved by American National Standard (ANSI).—2002.
6. Babuska, I., Rheinboldt, W. A. Posteriori error estimates for the Finite Element Method. International Journal for Numerical Methods in Engineering 1978.
7. Bae, D. H., Sohn, S., J. K. Hong. Assessing the Effects of Residual Stresses on the Fatigue Strength of Spot Welds. Welding Research. 2003
8. Barthold, F., Schmidt, M., Stein, E. Error indicators and mesh refinements for finite-element-computations of elastoplastic deformations. Computational Mechanics. 1998.
9. Beer F.P, Johnston E.R. Mecánica de Materiales. 2ª. Ed. Colombia :Mc Graw -Hill, 1993.--738 p.
10. Becker, A. Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. University of Nottingham. United Kingdom, 1999.
11. Bedford, A., Fowler, W. Engineering Mechanics. Statics. Third Edition. New Jersey: Prentice Hall. 2002.--583 p.
12. Bhadeshia, D. H. Reliability of Weld Microstructure and Property Calculations. 1998.
13. Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroyeniye, 1966.-- 616 p.
14. Burgos, J. S. Teoría de los Procesos de Soldadura. Material de la Maestría de Ingeniería Mecánica, UCLV, 2000.
15. CALFEM. A Finite Element Toolbox for matlab. Department of Mechanics and Materials. Tomado de : <http://www.byggmek.ith.se/Calfem/>. Lund University. enero 2002.
16. Cardona, Foix. Teoría de Máquinas, Barcelona : Ediciones UPC, 2001, 132p.
17. Carvajal. Silva, G. E., Criterios y estimadores de error en el análisis elástico lineal de estructuras planas. Informe de Memoria de Título Tomado de : <http://guido.dic.udec.cl/docs/tesis/final.Blancoynegro.pdf>. Agosto 2003.
18. Chandrupatla, T., Belengundu, A. Introduction to Finite Elements in Engineering. Prentice Hall. USA. 1997.

Bibliografía

19. Chau, T.T., Besnier, F. Numerical simulation of welding in shipbuilding. *Marine. Technology V*, 2003. p 3-20.
20. Cernuschi, D. J., Elementos Finitos. Ejemplo de aplicación. Consideraciones sobre el uso de los Elementos Finitos. <http://www.unlp.edu.ar/estruc3b/mefa.pdf>. Agosto 2003.
21. Comparison of Deformation Pattern and Residual Stresses in Finite Element Models of a TIG-welded Stainless Steel Plate Berglund, D., Runnemalm, H. ASM Proceedings of the International Conference: Trends in Welding Research, 2002, p 826-831 Conference: Trends in Welding Research: Proceedings of the 6th International Conference, Apr 15-19 2002, Phoenix, AZ, United States.
22. De los Ríos, O. J. A., & Eras, J. J. C. (2006). Estudio sobre la resistencia y rigidez de ejes huecos. *Scientia et technica*, 1(30), 219-224
23. DIN 50120 Tensile Test on Welded Joints, 1979
24. DIN 50121 Technological Bending Test on Welded Joints and Welded Platings, -1979.
25. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1970.--692 p.
26. Duane K., Miller, Sc.D. Designing Fillet Welds for Skewed T-joints. *Welding Innovation Vol. XIX*, No. 1, 2002.
27. EN 2517 Norma Europea. Uniones soldadas por arco de acero, 1992.
28. EN 287.1 Norma Europea. Soldeo por fusión, 1992.
29. EN 288.1 Norma Europea. Especificaciones y calificación de los procedimientos de soldeo para los materiales metálicos, 1992.
30. Enoki, S., Aoyama, E., Hirogaki, T. Shinichi Simple finite element model with beam elements for panel part of spot-welded frame-panel structure Tsutao Source: *Nippon Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part C*, v 69, n 3, March, 2003, p 805-811 ISSN: 0387-5024.
31. Faires V.M./ Diseño de Elementos de Máquinas. México : Editorial UTEHA, 1985.-- 802 p.
32. Faneyt, S., Rivas, A. L., Molina, C., Mirabal, E. The Evaluation of Welding 5Cr Material with Electrode 309Mo. II Caribbean Conference and Exhibition. 216-232. Caracas. Venezuela. 2000
33. Felippa, Carlos A. Introduction to Finite Elements Methods/ Carlos A. Felippa.—Colorado: University of Colorado, 2001.-- 586 p.
34. Feodosiev V.I.. Diez conferencias sobre Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1993.—179 p.
35. _____. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 3^a Ed. 1985.-- 583 p.
36. Fernández Levy, Gilda S. Resistencia de Materiales. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.-- 511 p.
37. Fitzgerald F. Mecánica de Materiales. México: Editorial Alfa Omega S.A. de C.V., 1996.--560 p.

Bibliografía

38. Fogiel M. Problem Solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids. New Jersey: Editorial REA, 1988.-- 1140 p.
39. Frewin, M. R., Scott, D. A. Finite Element Model of Pulsed Laser Welding Nd:YAG Laser. Welding Research Supplement. January 1999.
40. Fricke, S., Keim, E. Numerical weld modelling- A method for calculating weld-induced residual stresses. Nuclear Engineering and Design, v 206, n 2-3, June, 2001, p 139-150.
41. Frost, N. E., MARSH, K. J., POOK, L. P. Metal Fatigue. Dover Publications. Inc. Mineola. New. York. USA. 1999.
42. Fu, L., Duan, L.Y., Du, S.G. Numerical simulation of inertia friction welding process by finite element method. Welding Journal. v 82, n 3, March, 2003, p 65/S-70/S. ISSN: 0043-2296 CODEN: WEJUA3.
43. Gabaldón, F. Métodos de Elementos Finitos Mixtos con deformaciones supuestas en elastoplasticidad. Tesis Doctoral. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. 1999.
44. Gabaldón, F., Goicolea, J. M. Estimación de error en problemas no lineales mediante elementos de deformaciones supuestas. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Canales y Puertos Universidad Politécnica de Madrid. 1999
45. García, Y. Burgos, J. L. Obtención de los campos de temperatura en juntas soldadas mediante el empleo del MEF. Revista de la Facultad de Ingeniería de la U.C.V., Vol. 18, N° 2, pp. 31-37, 2003.
46. Goldak, John., Numerical Aspect of modeling weld. ASM Handbook. Vol. 6, Welding, Brazing and Soldering, 1999.
47. Goldak, J., Charkravarti, A., Bibby, M. New finite element model for welding heat sources. 1984.
48. Goldak, John., Hill, M. An Adaptive Mesh-Mangement algorithm for three-dimensional automatic finite elements analysis. Mech.Eng, Vol. 15, 1999.
49. Gómez Rodríguez, V., Goytizolo Espinosa, R., & J Cabello Eras, J. (2012). Optimización de las dimensiones radiales en el diseño de cilindros oleohidráulicos.//Radial dimension optimization in oleohydraulic cylinders design. Ingeniería Mecánica, 5(3), 15-17
50. Goytizolo R. Diseño de Elementos de Máquina. Las Villas: Editado por el Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada. UCLV, 1973.--188p.
51. Gould, J. Weld process effects cracking. Welding Design and fabrication. Augusto 1999.
52. Hall A, Holowenko A, Laughlin H. Diseño de Máquinas. Madrid: Editorial. Dossat, 1971.--344 p.
53. Hawkes B. Cadcam. Madrid: Paraninfo S.A., 1989.-- 336 p.
54. Hernández Herrera H et al. "Cálculo de tensiones en uniones soldadas con costuras de filete asimétricas sometidas a flexión". Ingeniería Mecánica. Vol. 7 No 3. pp 53-58. 2004.

Bibliografía

55. Hernández Herrera H et al. "Nueva expresiones para el cálculo a torsión de costuras soldadas de filete de configuración compleja". Ingeniería Mecánica. Vol. 3. pp 7-14. 2004.
56. Hernández Herrera H et al. "Perfeccionamiento de los esquemas de análisis y del cálculo de las tensiones en uniones soldadas a solape con costuras de filete longitudinal y transversal" Ingeniería Mecánica. Vol. 3. pp 53-60. 2006
57. Hernández Herrera H. et al. "Desarrollo y perfeccionamiento de las expresiones para el cálculo de las tensiones máximas en las uniones soldadas con costuras de filete; Rafael Goytisoló, Jorge Moya, Tutores. – Tesis en opción del Grado de Doctor en Ciencias Técnicas, UCf (Cf), 2005. –117 hojas.
58. Hernandez Perez Osdiel. Influencia del alabeo y la torsión restringida en la magnitud de las tensiones para unions soldadas a tope con configuración geométrica compleja sometidos a torsión; Rafael Goytisoló Espinosa, Tutor.—Trabajo de diploma.UCf (Cf), 2006.---81hojas.
59. Hubka, V. Design Science. Londres: Springer-Verlag. 1996. --185p.
60. Hudson Ralph G. The Engineers'Manual. La Habana. Editora de la Asociación de Estudiantes de Ingeniería, 1961.-- 340 p.
61. <http://www.monografias.com/> Santiago, C. M. Elementos de Máquinas II. Universidad Nacional de Colombia, 2002.
62. ICS 25.160.40;19.060. Norma Española. Ensayos Destructivos en uniones soldadas en materiales metálicos, ensayo de tracción transversal,1996.
63. ICS 25.160.40;19.060. Norma Española. Ensayos Destructivos en uniones soldadas en materiales metálicos, ensayo de doblado,1996.
64. ICS 25.160.40;19.060. Norma Española. Ensayos Destructivos en uniones soldadas en materiales metálicos, Examen Macroscópico y Microscópico de soldaduras,1996.
65. Iusilievich G.V. Elementos de Máquinas. Moscu: Editorial Mashinostroenie, 1988.-- 388 p.
66. Ivanov, M. N. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Vichaya Schkola, 1991.-- 386 p.
67. Jackson Inga Maria. Perfeccionamiento del calculo de las tensiones en las uniones soldadas con costuras de filete..—Trabajo de Diploma. Ucf: Rafael Goytisoló Espinosa, tutor, 2005.—103 hojas.
68. Johnson, C., Hansbo, P. Adaptive Finite Element Methods in computacional mechanics. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1992.
69. Jung, G. H. Plasticity-based distortionanalysis for fillet welded thin plate Tjoints. 2003.
70. Jung, G. H., Tsai, C. L. Fundamental Studies on the Effect of Distortion Control Plans on Angular Distortion in Fillet Welded T-Joints. Welding Research. Julio 2004
71. Juvinall, R. Fundamentals of Machine Components Design: John Wiley G. Sons Inc, 1991.

Bibliografía

72. Kang, S. W., Kim, W. S. A proposed s-n curve for welded ship structures. Welding research, supplement to the welding journal, July 2003.
73. Kim, Y. C., Park, J. U., Imoto, I. Characteristics of Distortion Generated by Welding under Static Loading. September 2003.
74. Kim, W. S., Tomita, Y., Hashimoto, K., Osawa, N. Effects of static load on fatigue strength of ship structure. 1997.
75. Koiuh, M.S., Kralj, S., Sakic, N., Dorn, L. Mathematical model for calculating the strength of a single lap adhesive joint. Schweissen und Schneiden/Welding and Cutting. v 53. n 2. February. 2001. p E32-E37. ISSN: 0036-7184 CODEN: SCSCA4.
76. Lee, H. W., Kang, S. W., Park, J. U. Fatigue strength depending on position of transverse cracks in FCAW process. Welding Journal. 2001.
77. [Lee, ChiKing](#). Lieseng, Tjhen. Numerical models verification of cracked tubular T, Y and K-joints under combined loads. Engineering Fracture Mechanics; May2005, Vol. 72 Issue 7, p983, 27p.
78. Lee, H. W., Kang, S. W., Park, J. U. The differences in fatigue properties of welds with surface cracks and welds with internal cracks were determined. Weiping Research. Supplement of Welding Journal. June 2001.
79. Lee, H. W., Kang, S. W. The Relationship between Residual Stresses and Transverse Weld Cracks in Thick Steel Plate. Welding Research. Agosto 2003.
80. Lee, H. W., Kang, S. W., Um, D. S. A study on transverse weld cracks in tic steel plate with the FCAW process. Welding Journal 1998.
81. Lee, H. W., Kang, S. W. The Relationship between Residual Stresses and Transverse Weld Cracks in Thick Steel Plate. August. 2003.
82. Lesik, D. F., Kennedy, D. J. Ultimate strength of fillet welded connections loaded in plane. Canadian Journal of Civil Engineering. 1990.
83. Maddox, S. J. Influence of tensile residual stresses on the fatigue behavior of welded joints in steel. 1982.
84. Martínez, G., González, C. Aplicación del Método de Elementos Finitos para el análisis y diseño de fijadores externos con transportación ósea. Boletín técnico IMME. Volumen.40 nº 2. 2002.- 37 p.
85. Masubuchi, K. Analysis of welded structures. Residual stresses, distortion and their consequences. Pergamon Press, New York. 1980.
86. Masubuchi, K. Prediction and control of residual, stress and distortion in welded structure, Proceeding and International Symposium on Theoretical prediction in joining and welding. Research Institute Osaka. Osaka. Japan. Nov. 1996.

Bibliografía

87. Matsuoka, K., Takahashi, I., Uematsu, S., Ushijima, M. Effect of load history on fatigue life of welded joint. 2000.
88. Michaleris, P., Sun, X. Finite element analysis of thermal tension techniques mitigating weld buckling distortion. 1997.
89. Miller, D.K. Fillet welds that are "too long". Welding Innovation, v 18, n 1, 2001, p 17-18.
90. Mirolubov I. Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR 1985.-- 500 p.
91. Mischke, Ch. Introducción al Diseño Auxiliado por Computadora/ Ch. Mischke.-- Mexico: Hnos Herrero, 1971. -- 465 p.
92. Mott R.L. Applied Strength of Materials. New Jersey: Editorial Prentice- Hall, 2ª. Ed. 1990.-559 p.
93. Mott R.L. Resistencia de Materiales Aplicada. México: Editorial Prentice- Hall Hispanoamericana S.A. 3ª. Ed. 1996.-- 640 p.
94. Mukanov K. Design of Metal Structures. Moscú: Editorial MIR, 1968. -- 517 p.
95. Ohata, M., Toda, Y., Toyoda, M., Takeno, S. Control of welding distortion in fillet welds of aluminum alloy thin plates. 1999.
96. Olsen G.A. Elements of Mechanics of Materials. La Habana: Editora de la Asociación de Estudiantes de Ingeniería, 1962.-- 536 p.
97. Oñate, E. Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos. Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería. 1992.
98. Orlov, P., Ingeniería del Diseño Tomo I. Moscú: Editorial MIR, 1985.-- 723 p.
99. Ortiz, M., Quigley, J. Adaptive mesh refinement in strain localisation problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1991.
100. Pan, C., Zhang, Z. Morphologies of the Transition Region in Dissimilar Austenitic-Ferritic Welds: Materials Characterization. 1996.
101. Papazoglou, V. J., Masubuchi, K. Numerical analysis of thermal stresses during welding including phase transformation effects, 1982.
102. Partón V.Z. Mecánica de la Destrucción. Moscú : Editorial MIR, 1990.-- 415 p.
103. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989.-- 693 p.
104. Reshetov, D. Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985.-- 830 p.
105. Ricardo, C. L. Desirability functions for comparing arc welding parameter optimization methods and for addressin porches variability. Dissertation Thesis in the Ohio University. 2000
106. Rivas, A. L. Camero, S., Armas, H. Evaluación de uniones soldadas de acero ferrítico 5cr-0,5 Mo utilizando como electrodo un acero inoxidable austenítico 309Mo. Revista de la Facultad de Ingeniería de la U.C.V., Vol. 18, N°2, 2003, pp. 73-81.

Bibliografía

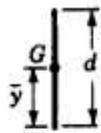
107. Rivas, A. L., Vidal, E., Darmas H., Fanety, S., Mirabal, E. Comportamiento Mecánico de un Acero 5Cr-0,5Mo Soldado con un Acero Inoxidable Austenítico 309Mo. *Anales de la Mecánica de la Fractura*, 19, 45-50., 2002.
108. Roylance, T.F. *Engineering Desing*. Great Britain: Pergamon Press, 1966.-- 345 p.
109. Schimpke P., Horn H.A., Ruge J. *Tratado General de Soldadura. Proyecto y cálculo de construcciones soldadas*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educacion, 1980.-- 394 p.
110. Schimpke P., Horn H.A., *Tratado General de Soldadura Tomo II. Soldadura Eléctrica/Barcelona:Editorial Gustavo Gili . 1989, -- 462 p.*
111. Seo, Seung. A Study on the Simplified Method to Calculate the Compressive Strength of Welded Structures. *Journal of Ship Production*, v 16, n 3, August, 2000, p 151-159. ISSN: 8756-1417.
112. Shigley J.E. *El Proyecto en Ingeniería Mecánica*. La Habana : Editora Revolucionaria, 1969.-- 658 p.
113. Shigley, J. E./ *Diseño en Ingeniería./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1977. -- 785 p.*
114. Shigley, J. E.; Mitchell, L. D./ *Diseño en Ingeniería Mecánica./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1985. -- 915 p.*
115. Shigley, J.E y Mischkie, C., *Diseño en Ingeniería Mecánica*. México: Editorial Mc Graw Hill Interamericana. 2001.-- 943 p.
116. Shim, Y., Feng, Z., Lee, S., Ki, D., Jaeger, J. C. Determination of residual stresses in thick-section weldments. *Welding Journal* 1992.
117. Simó, J., Armero, F., Taylor, R. Improved versions of assumed enhanced strain tri-linear elements for 3d finite deformation problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1993.
118. Spiegel L., Limbrunner G.F. *Applied Statics and Strength of Materials*. Third Edition. New Jersey: Prentice Hall, 1999.-- 644 p.
119. Tekriwal, P., Mazumder, J. Finite Element Análisis of three-dimensional transient heat. transfer in GMA welding, *Welding Journal*, 1988.
120. Timoshenko S. *Resistencia de Materiales*. Moscú : Editorial Nauka, 1965.-- 480p.
121. Videla, L. Análisis, diseño y construcción de fijadores externos por el Método de los Elementos Finitos. Trabajo de Grado. U.C.V. Caracas 1997
122. Volmir A. *Problemas de Resistencia de Materiales*. Moscú; Editorial MIR, 1986.--477 p.
123. Wang, P. C., Ewing, K. M. Effect of weld design on the fatigue strength of laser and resistance spot-welded tubular Tjoints for automotive applications. *Welding Journal* 73(9): 209-s to 217-s. 1994.
124. Wang, P. C. Fracture mechanics parameter for the fatigue resistance of laser welds. *International Journal of Fatigue* 17 :25–34.3. 1995.

Bibliografía

125. Wang , Z., Xu, B., Ye, C. Study of the Martensitic Structure at the Weld Interface and the Fracture Toughness of Similar Metal Joints: Welding Journal. Research Supplement. 1993.
126. Weaver, M. A. Determination of Weld Loads and Trota Requirements Using Finite Element Análisis with Shell Element Models. A Comparison with Classical Análisis. April 1999.
127. Wilson Ch. Computer Integred Machine Design. New Jersey: Prentice Hall, 1997.--646 p.
128. Wu, P., Zhang, W.Characterization of dynamic mechanical properties of resistance welding machines.Welding Journal, v84, n 1, January, 2005, p 17-S-21-S, ISSN: 0043-2296.
129. Yuan, M. G., Ueda, Y. Prediction of residual stresses in welded T- and I –joints using inherent strains. 1996.
130. Yurioka, N. A chart method to determine necessary preheat temperature in steel Welding Journal of Japan Welding Society. 1995.
131. Zablonski K. .Elementos de Máquinas Moscú: Editorial. MIR, 1980. -- 509 p.
132. Zhang, S. Approximate stress formulas for a multiaxial spot weld specimen. Welding Journal 80(8): 201-s to 203-s. 2001
133. Zhang, S. Approximate stress intensity factors and notch stresses for common spot-welded specimens. Welding Journal 78(5): 173-s to 179-s. 1999.
134. Zhang, S. Forces and stresses in seam welded overlap joints. Research Report 95-0005. Stuttgart, Germany, Daimler-Benz AG.8. 1995.
135. Zhang, M., Yang, P., Tan, Y. Micromechanisms of fatigue crack nucleation and short cra ck growth in low carbon steel under low cycle impact fatigue loading. Internacional. Journal of Fatigue 21, pp. 823–830. 1999.
136. Zhang, S., Radaj, D. Forces and stresses in seam welded overlap joints derived from outer surface deformation. Engineering Fracture Mechanics 54: 743–750. 1996.
137. Zhang, S. Stresses in Laser-Beam-Welded Lap Joints Determined by Outer Surface Strains.Welding Research. January 2002.
138. Zienkiewics, O. C. The Finite Element Method. Volume I: The Basics/O. C Zienkiewics y R L Taylor.---Oxford:Butterworth-Heinemann,2000.--748 p.

Anexo B. Propiedades de resistencia a la torsión de las secciones típicas de soldaduras a solape según Shigley.

Configuración Sección	Área de la garganta	Coordenadas del Centroide	Momento Polar Inercia unitario
-----------------------	---------------------	---------------------------	--------------------------------

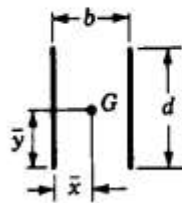


$$A = 0.707hd$$

$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$J_u = d^3/12$$

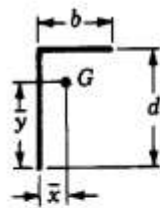


$$A = 1.414hd$$

$$\bar{x} = b/2$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$J_u = \frac{d(3b^2 + d^2)}{6}$$

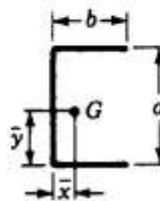


$$A = 0.707h(b + d)$$

$$\bar{x} = \frac{b^2}{2(b + d)}$$

$$\bar{y} = \frac{2bd + d^2}{2(b + d)}$$

$$J_u = \frac{(b + d)^4 - 6b^2d^2}{12(b + d)}$$

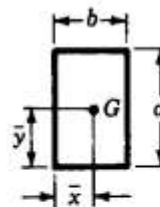


$$A = 0.707h(2b + d)$$

$$\bar{x} = \frac{b^2}{2b + d}$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$J_u = \frac{8b^3 + 6bd^2 + d^3}{12} - \frac{b^4}{2b + d}$$



$$A = 1.414h(b + d)$$

$$\bar{x} = b/2$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$J_u = \frac{(b + d)^3}{6}$$

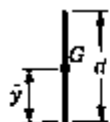


$$A = 1.414\pi hr$$

$$J_u = 2\pi r^3$$

Anexo C. Propiedades de resistencia a la flexión de las secciones típicas de soldaduras a solape según Shigley.

Configuración Sección	Área de la garganta	Coordenadas del Centroide	Momento de Inercia unitario
-----------------------	---------------------	---------------------------	-----------------------------

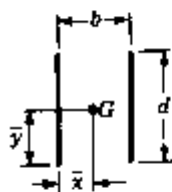


$$A = 0.707hd$$

$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$I_u = \frac{d^3}{12}$$

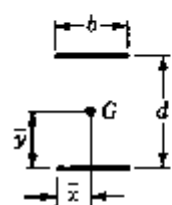


$$A = 1.414hd$$

$$\bar{x} = b/2$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$I_u = \frac{d^3}{6}$$

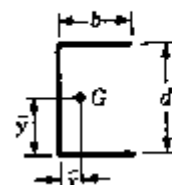


$$A = 1.414hb$$

$$\bar{x} = b/2$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$I_u = \frac{bd^2}{2}$$

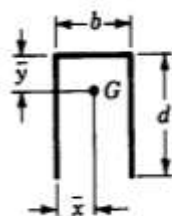


$$A = 0.707h(2b + d)$$

$$\bar{x} = \frac{b^2}{2b + d}$$

$$\bar{y} = d/2$$

$$I_u = \frac{d^2}{12}(6b + d)$$

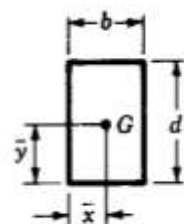


$$A = 0.707h(b + 2d)$$

$$\bar{x} = b/2$$

$$\bar{y} = \frac{d^2}{b + 2d}$$

$$I_u = \frac{2d^3}{3} - 2d^2\bar{y} + (b + 2d)\bar{y}^2$$

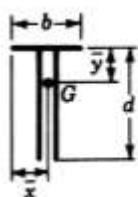


$$A = 1.414h(b + d)$$

$$\bar{x} = b/2$$

$$\bar{y} = d/2$$

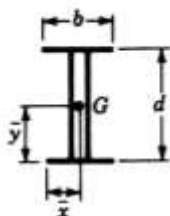
$$I_u = \frac{d^2}{6}(3b + d)$$



$$A = 0.707h(b + 2d) \quad \bar{x} = b/2$$

$$I_u = \frac{2d^3}{3} - 2d^2\bar{y} + (b + 2d)\bar{y}^2$$

$$\bar{y} = \frac{d^2}{b + 2d}$$



$$A = 1.414h(b + d) \quad \bar{x} = b/2$$

$$I_u = \frac{d^2}{6}(3d + b)$$

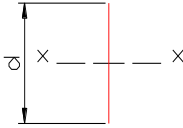
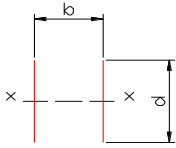
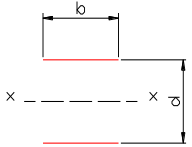
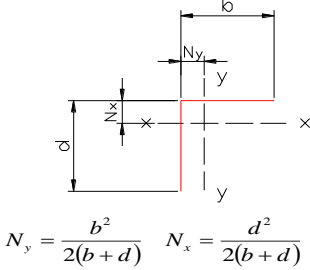
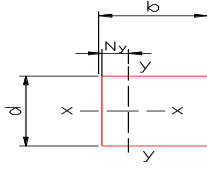
$$\bar{y} = d/2$$

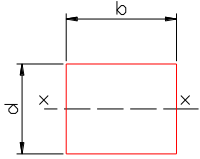
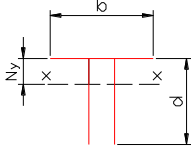
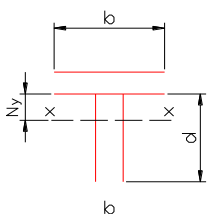
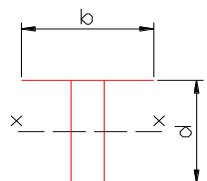
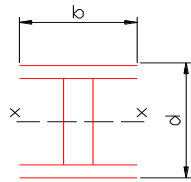
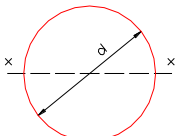
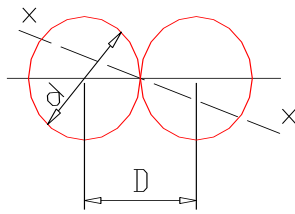


$$A = 1.414\pi hr$$





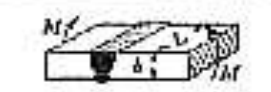
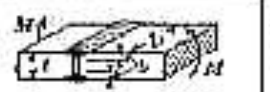


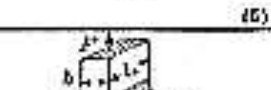
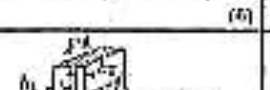
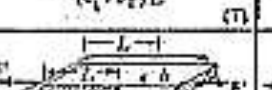
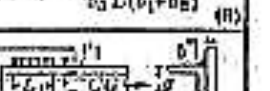
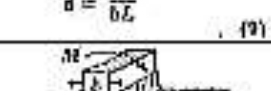
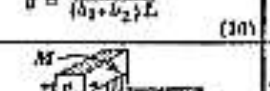
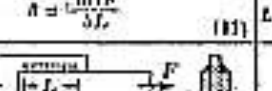
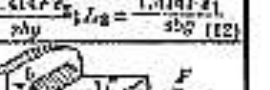
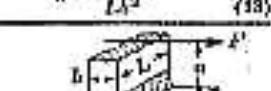
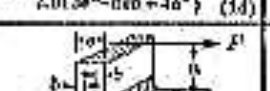
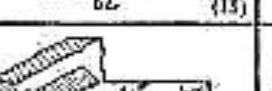
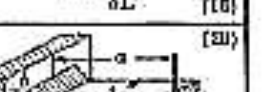
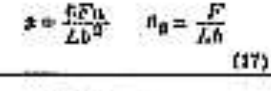
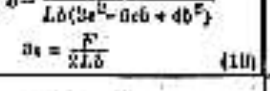
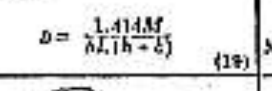
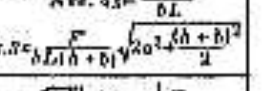
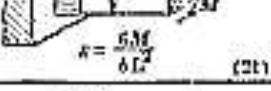
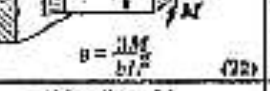
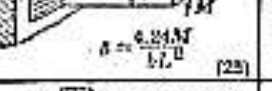
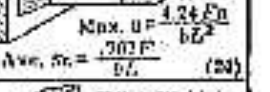
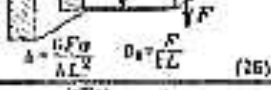
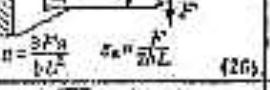
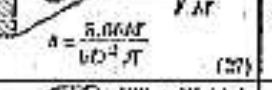
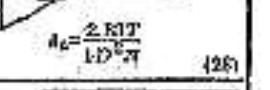
$$I_u = \pi r^3$$

Anexo D. Expresiones para el cálculo de tensiones en costuras de filete dadas por Hall^[52].

Propiedades de una soldadura considerada como una línea, según Hall ^[52] .		
Bosquejo de la junta soldada. b = anchura d = altura	Flexión Alrededor del eje X-X	Torsión
	$Z_w = \frac{d^2}{6}$	$J_w = \frac{d^3}{12}$
	$Z_w = \frac{d^2}{3}$	$J_w = \frac{d(3b^2 + d^2)}{6}$
	$Z_w = bd$	$J_w = \frac{b^3 + 3bd^2}{6}$
 $N_y = \frac{b^2}{2(b+d)} \quad N_x = \frac{d^2}{2(b+d)}$	$Z_w = \frac{4bd + d^2}{6} = \frac{d^2(4bd + d)}{6(2b + d)}$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> parte superior parte inferior </div>	$J_w = \frac{(d+d)^4 - 6b^2d^2}{12(b+d)}$
 $N_y = \frac{b^2}{2b+d}$	$Z_w = bd + \frac{d^2}{6}$	$J_w = \frac{(2b+d)^3}{12} - \frac{b^2(b+d)^2}{(2b+d)}$

	$Z_w = bd + \frac{d^2}{3}$	$J_w = \frac{(b+d)^3}{6}$
 $N_y = \frac{d^2}{b+2d}$	$Z_w = \frac{2bd + d^2}{3} = \frac{d^2(2b+d)}{3(b+d)}$ <p style="text-align: center;">parte superior parte inferior</p>	$J_w = \frac{(b+2d)^3}{12} - \frac{b^2(b+d)^2}{(b+2d)}$
 $N_y = \frac{d^2}{2(b+d)}$	$Z_w = \frac{4bd + d^2}{3} = \frac{4bd^2 + d^3}{6b+3d}$ <p style="text-align: center;">parte superior parte inferior</p>	$J_w = \frac{d^3(4b+d)}{6(b+d)} + \frac{b^3}{6}$
	$Z_w = bd + \frac{d^2}{3}$	$J_w = \frac{b^3 + 3bd^2 + d^3}{6}$
	$Z_w = 2bd + \frac{d^2}{3}$	$J_w = \frac{2b^3 + 6bd^2 + d^3}{6}$
	$Z_w = \frac{\pi d^2}{4}$	$J_w = \frac{\pi d^3}{4}$
	$Z_w = \frac{\pi d^2}{2} + \pi D^2$	

Anexo A. Expresiones dadas en Faïres^[30] para el cálculo de las tensiones en la soldadura.

 $\sigma = \frac{F}{\delta L} \quad (1)$	 $\sigma = \frac{F}{(b_1 + b_2)L} \quad (2)$	 $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (3)$	 <p>Both Plates Same Thickness $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (4)$</p>
 $\sigma = \frac{6MF}{L\delta^2} \quad (5)$	 $\sigma = \frac{36MF}{L\delta(3b_1^2 + 6b_1b_2 + 3b_2^2)} \quad (6)$	 <p>Stress in Weld A Equals Stress in Weld B $\sigma = \frac{1.414 F}{(b_1 + b_2)L} \quad (7)$</p>	 <p>Weld A $\sigma = \frac{1.414 F}{(b_1 + b_2)L}$ Weld B $\sigma = \frac{1.414 F b_2}{b_1 L (b_1 + b_2)} \quad (8)$</p>
 $\sigma = \frac{F}{\delta L} \quad (9)$	 $\sigma = \frac{F}{(\delta_1 + \delta_2)L} \quad (10)$	 $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (11)$	 $\sigma = \frac{1.414 F}{\delta(L_1 + L_2)} \text{ or } \sigma = \frac{1.414 F b_2}{\delta b_1 L_2} \text{ or } \sigma = \frac{1.414 F b_1}{\delta b_2 L_1} \quad (12)$
 $\sigma = \frac{6MF}{L\delta^2} \quad (13)$	 $\sigma = \frac{36MF}{L\delta(b_1^2 + b_1b_2 + b_2^2)} \quad (14)$	 $\sigma = \frac{.354 F}{\delta L} \quad (15)$	 $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (16)$
 $\sigma = \frac{F}{\delta L} \quad (17)$	 $\sigma = \frac{F}{\delta L} \quad (18)$	 $\sigma = \frac{1.414 F}{\delta L (b_1 + b_2)} \quad (19)$	 $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (20)$
 $\sigma = \frac{6MF}{L\delta^2} \quad (21)$	 $\sigma = \frac{36MF}{L\delta(b_1^2 + b_1b_2 + b_2^2)} \quad (22)$	 $\sigma = \frac{1.414 F}{\delta L (b_1 + b_2)} \quad (23)$	 $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (24)$
 $\sigma = \frac{F}{\delta L} \quad (25)$	 $\sigma = \frac{F}{\delta L} \quad (26)$	 $\sigma = \frac{1.414 F}{\delta L (b_1 + b_2)} \quad (27)$	 $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (28)$
 $\sigma = \frac{6MF}{L\delta^2} \quad (29)$	 $\sigma = \frac{36MF}{L\delta(b_1^2 + b_1b_2 + b_2^2)} \quad (30)$	 $\sigma = \frac{1.414 F}{\delta L (b_1 + b_2)} \quad (31)$	 $\sigma = \frac{.707 F}{\delta L} \quad (32)$